Universidad Zaragoza
1542

Trabajo Fin de Grado

Juegos Educativos Matemáticos basados en el Ajedrez para la enseñanza de la argumentación y la resolución de problemas en 3º curso de Educación Primaria.

Mathematical Educative Games based on chess for teaching mathematical argumentation and problem solving for 3rd year Primary School

Autor/es

Beatríz Gasca Lázaro

Director/es

Alberto Arnal Bailera

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Año

2017

Índice:

CAPÍTULO 0: Introducción, justificación y objetivos del TFG. 3

1. Resumen: 3
2. Introducción, justificación y objetivos del TFG. 4

CAPÍTULO 1: Marco teórico. 7

1. Juegos. 7
2. Juegos en la enseñanza de las matemáticas. 8
3. Juego a través del ajedrez. 10
4. Ajedrez, resolución de problemas y argumentación. 11
5. Relación del Currículo con los juegos propuestos. 16

CAPÍTULO 2: Análisis de los Juegos Educativos Matemáticos. 23

CAPÍTULO 3: Experimentación en el aula. 29

1. Pilotaje. 29
2. Primera secuencia: 32
3. Primera sesión. 34
4. Segunda sesión 45
5. Tercera sesión. 53
6. Cuarta sesión. 61
7. Quinta sesión 70
8. Variables que aumentan la dificultad. 79
9. Propuesta mejorada 85

CAPÍTULO 4: Conclusiones. 90

Referencias bibliográficas: 96

CAPÍTULO 0: Introducción, justificación y objetivos del TFG.

1. Resumen:

In this research, we have written about the importance of mathematical games at school, and we have classified them. We have focused on a specific game which is chess and the importance of it at school as a resource for Primary Education. Our interest is based on problem solving and mathematical argumentation related to the Aragonese Curriculum. We have shown how we can use games "minitableros de ajedrez" ("chess miniboards") to work with problem solving and mathematical argumentation in a natural way. We have designed a five lessons plan for third year primary students. These lessons have been analysed taking into account an evolution through the lessons according to problem solving and mathematical arguments and we have found significative differences between the first lesson and the last one.

Key words: mathematical educative game, chess miniboards (minitableros de ajedrez), problem solving and mathematical argumentation.

En este trabajo, hablaremos de la importancia de los juegos educativos matemáticos en la escuela y haremos una clasificación de ellos. Nos centraremos en un tipo de juego, el ajedrez y la importancia de este como recurso didáctico en Educación Primaria. A partir de ellos trabajar concretamente la resolución de problemas y la argumentación matemática de este juego en relación con currículum de la Comunidad Autónoma de Aragón del área de matemáticas. Mostraremos como a partir de juegos del tipo "minitableros de ajedrez" se trabaja la resolución de problemas y la práctica argumentativa aparecen en este juego de forma natural. Pondremos en práctica cinco sesiones con alumnos del tercer curso de Educación Primaria que posteriormente evaluaremos y analizaremos. Tendremos en cuenta la evolución que se produce a lo largo de las sesiones en cuanto a la resolución y la argumentación matemática y podremos observar diferencias significativas entre la primera y la última sesión.

Pablaras clave: juego educativo matemático, minitableros de ajedrez, resolución de problemas, argumentación.

2. Introducción, justificación y objetivos del TFG.

En este trabajo que se encuentra en la línea de los juegos educativos matemáticos, se ha realizado una investigación sobre distintos modelos teóricos que relacionan las matemáticas con los juegos de una manera general, y de manera más particular la profundización en el uso del juego del ajedrez en el aula para enseñar matemáticas relacionándolo con la argumentación, la resolución de problemas (matemáticos) y el currículo. Para la resolución de ellos, se han diseñado e implementado cinco sesiones de juegos por parejas basados en el ajedrez, las cuales han sido analizadas e implementadas con alumnos de tercer curso de Educación Primaria.

El poder hacer el análisis de la evolución de unos alumnos a lo largo de las sesiones nos ha permitido extraer unas conclusiones las cuales han sido avaladas por la teoría que anteriormente habíamos desarrollado.

Tras la implementación y análisis de la secuencia didáctica, se ha realizado una propuesta de mejora sobre la misma y se ha llamado "propuesta mejorada".

Mi razón para elegir el tema de juegos educativos para la enseñanza de las matemáticas en el aula, y en mi caso a lo largo de la enseñanza de la Educación Primaria ha sido que la enseñanza de las matemáticas es algo complejo y más en concreto la enseñanza de los problemas en las matemáticas y su resolución. Muchas veces ciertos temas como los problemas producen en los alumnos bloqueos que les alejan de las matemáticas a lo largo de la educación primaria y que se prolongan durante la enseñanza secundaria y futuras enseñanzas. Por ello, es necesario enseñar a los alumnos a enfrentarse a los problemas y ser capaces de realizar una resolución y dar una argumentación a dicha resolución. También es necesario que los alumnos sean conscientes del proceso de la resolución y de que muchas veces hay más de una manera de hacer los problemas y dar con la solución, pudiendo haber más de un camino para llegar a esa misma solución o incluso varias soluciones correctas.

Los objetivos que hemos tratado de cumplir concretan los objetivos que aparecían en la línea de Juegos Educativos Matemáticos son los siguientes:

Objetivo 1: Realizar una aproximación al tópico Juegos Educativos Matemáticos (JEM) en el aula de Ed. Primaria mediante una revisión de la bibliografía de investigación educativa referida a dicho tópico.

Hemos realizado una aproximación a los juegos matemáticos y los hemos clasificado en cuanto al ámbito educativo.

Para ello, hemos utilizado artículos de investigadores de las matemáticas y el juego para poder ver las ventajas que tiene el uso de los juegos con un fin didáctico matemático en el aula de la Educación Primaria. En concreto, nos hemos centrado en el uso del ajedrez en el aula de Educación Primaria desde el punto de vista de las matemáticas como materia de enseñanza.

Objetivo 2: Analizar en profundidad distintos JEM desde un punto de vista matemático y didáctico y comprobar su versatilidad para distintos ciclos de Educación Primaria.

En cuanto a este objetivo, nos hemos centrado en juegos del tipo "minitableros de ajedrez". El interés del análisis y utilización de estos minitableros principalmente son: primero, la resolución de problemas matemáticos, centrándonos en las estrategias y segundo, la argumentación matemática. Ambas aparecen en el currículum a lo largo de todas las etapas de la Educación Primaria por lo que podríamos plantearnos adaptar el material a otros cursos. Se han creado veintitrés juegos diferentes del tipo minitableros de ajedrez con características comunes y distintas finalidades lo que nos ha permitido clasificarlos en cuatro grupos.

Objetivo 3: Diseño, experimentación y evaluación de una de las sesiones con JEM en el aula de Ed. Primaria para contrastar la teoría con la práctica.

En este trabajo podemos observar el diseño, experimentación en el aula, análisis y evaluación de cinco sesiones con el juego educativo matemático de minitableros de ajedrez.

En cuanto al diseño, hemos creado juegos de parejas a partir del ajedrez basándonos en las ideas de los solitarios con los tableros de ajedrez. Las piezas de ajedrez utilizadas son la torre, el alfil y el caballo. Se ha realizado un análisis de esos juegos creados

teniendo en cuenta una clasificación según sus características. Al ser juegos de elaboración propia, ha habido que preparar todo el material para el alumnado.

Se realizó un pilotaje con tres alumnas de tercer y cuarto curso de Educación Primaria, lo que nos ha ayudado a mejorar en el diseño de las sesiones.

Las sesiones han sido diseñadas para que los alumnos puedan jugar independientemente de si saben jugar o no al ajedrez con anterioridad porque, como ya hemos dicho, el juego nos interesa desde el punto de vista matemático, es decir, nuestro objetivo no es que los alumnos aprendan a jugar al ajedrez con fines meramente lúdicos sino que nos interesa la mejora en la resolución de problemas, el razonamiento y la argumentación ligados a las matemáticas.

La experimentación la hemos llevado a cabo en el tercer curso de Educación Primaria en el CEIP Rosales del Canal en Zaragoza. El número de alumnos era 24 y el número de sesiones 5. La duración de las sesiones fue de unos 45 minutos (aproximadamente).

Cuando hablamos de análisis y evaluación, nos centramos en la resolución y argumentación que cada alumno hace individualmente sobre las diferentes actividades. También, tenemos en cuenta el factor tiempo ya que se trata de un juego y por lo tanto tiene un inicio y un fin y está limitado en el espacio y en el tiempo.

Entre las parejas surge una competición regida por el tiempo y por la resolución y argumentación. Es decir, los alumnos se comprueban los resultados para ver si el otro compañero lo tiene bien o no y también tienen en cuenta el tiempo con el fin de terminar lo antes posible. En cuanto a la evaluación, observaremos que hay alumnos que no llegan a realizar todas las fichas en algunas de las sesiones en el tiempo indicado (45 minutos).

CAPÍTULO 1: Marco teórico.

A continuación daremos una definición de juego para después de una manera concreta hablar de los JEM como herramienta didáctica en el aula. Nos centraremos en el juego del ajedrez y los juegos "minitableros de ajedrez", creados en relación a la resolución de problemas, a la argumentación y al currículum.

1. Juegos.

Resulta difícil dar una definición de juego, a pesar del uso tan frecuente que tiene la palabra desde hace muchos años en nuestra sociedad, (Gardner, 1975). Tomaremos como referencia la definición de Fetcher (1971), "el juego se define de acuerdo a las siguientes características: hay un conjunto de jugadores (dos o más). Hay un conjunto de reglas que proporcionan pautas de comportamiento para los jugadores. El conjunto de posibles resultados está especificado o determinado. Hay un conflicto de intereses entre los jugadores. Cada jugador tiene una cierta capacidad de actuación (un conjunto de recursos) y un modelo de preferencias entre las metas. Hay un sistema de información." Nosotros tendremos en cuenta que también hay juegos que son individuales (en solitario) y no sólo bipersonales o multipersonales como él decía. En su definición podemos encontrar ideas como: a un juego se dedica uno libremente y es un desafío contra una tarea o un oponente. El juego está limitado en el tiempo y en el espacio y termina tras un número finito de movimientos. El estado exacto alcanzado durante el juego no es conocido al comienzo. El juego puede ser físico, mental o ambos a la vez. Añadimos a esa definición de juego la que utilizan Gairín Sallán y Fernández Amigo (2010) atendiendo a La Enciclopedia Larousse (2001) "es una actividad de orden físico o mental, no impuesta, que no busca ningún fin utilitario, y a la que uno se entrega para divertirse u obtener placer".

Los juegos que tienen objetivos instructivos o educativos son los que llamamos juegos educativos, los juegos educativos tienen un objetivo en concreto que es aprender algo, y cuando sus objetivos coinciden con los propósitos de la educación matemática, los denominamos juegos educativos matemáticos o juegos matemáticos, Gairin (1990).

2. Juegos en la enseñanza de las matemáticas.

A través del juego se puede desarrollar en los alumnos el conocimiento de las matemáticas, incluyendo razonamiento espacial, abstracción matemática, altos niveles de pensamiento, toma de decisiones y resolución de problemas de acuerdo con Ernest (1986) y Bragg (2012). Además, Vogel y compañeros (2006) añaden que el uso de estos juegos parecen ser más efectivos que otros acercamientos de desarrollo cognitivo.

El juego tiene un gran valor como recurso didáctico, hace más fácil la enseñanza de matemáticas. A través de esta sesión, los alumnos desarrollan hábitos y actitudes positivas frente al trabajo escolar, (Ferrero, 1998). Además, el uso de juegos en las clases, ayuda a desarrollar en los alumnos una determinada actitud hacia las matemáticas haciendo del aprendizaje de estas un proceso activo, (Kirkby, 1992).
Además, según Ortega (citado en López y Bautista, 2002), el uso del juego como herramienta en la enseñanza de las matemáticas crea una excelente ocasión de aprendizaje y de comunicación. Ese aprendizaje es un cambio significativo y estable que se realiza a través de la experiencia, es decir, va más allá del aprendizaje memorístico de hechos o conceptos, se crea un entorno que estimula a alumnos y alumnas a construir su propio conocimiento y elaborar su propio sentido (Bruner y Haste, citados en López y Bautista, 2002) .

En relación al ámbito escolar de acuerdo con Corbalán y Deulofeu, (1996), encontramos dos categorías de juegos. Por un lado, los juegos de conocimiento que son aquellos que persiguen la comprensión de conceptos o la mejora de técnicas matemáticas y los llamados juegos de estrategia los cuales se centran en la adquisición de métodos de resolución de problemas. Gairin (1990) añade que estos últimos (juegos de estrategia) pueden ser personales o solitarios y multipersonales.

Como aparece en el artículo de Gairin (1990) con los juegos de conocimiento, es necesario utilizar conceptos o algoritmos incluidos en los programas de matemáticas, hay que hacer multiplicación, encontrar solución de una ecuación…Hay tres niveles de aplicación de este juego:
-Pre-instruccional. El juego es un vehículo para el aprendizaje. El alumno puede llegar a descubrir un concepto o a establecer la justificación de un algoritmo.

-Co-instruccional. El juego acompaña a otros recursos del aprendizaje, es una más de las diferentes actividades que el profesor utiliza en la enseñanza de un bloque temático.
-Post-instruccional. El juego sirve para consolidar el aprendizaje, se hacen actividades para reforzar lo que el alumno ya ha aprendido.

En cuanto a los juegos de estrategia, son aquellos en los que existen formas de jugar que permiten ganar siempre o no perder (Corbalán y Deufeu, 1996). En estos juegos no hay azar, son los jugadores quienes toman las decisiones y descubren una estrategia ganadora. (Edo, Deulofeu y Badillo, 2006).

Los juegos de estrategia resultan muy interesantes para las matemáticas debido a que su desarrollo y análisis está estrechamente relacionado con las fases de resolución de un problema de acuerdo con Corbalán (1997). De esta manera, es fácil hacer un paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema. La comprensión del juego (objetivo y reglas) tiene relación con la comprensión de un problema. El diseño de un plan de resolución tiene relación con estrategias para intentar conseguir el objetivo del juego. La ejecución del plan, con la implementación de estrategias y la verificación de la solución del problema es similar a la validación de la estrategia ganadora, la que resuelve el juego.
Gómez-Chacón (1992), los actuales currículos de matemáticas hacen énfasis en la resolución de problemas, como una de las competencias principales de la competencia matemática. Por esto, los juegos en matemáticas son importantes no sólo para introducir contenidos sino también como elementos claves en este proceso de resolución de problemas favoreciendo distintos procesos.

La relación entre los juegos de estrategia y la resolución de problemas radica en que ambos comparten el mismo proceso heurístico, las acciones a realizar tienen una gran coincidencia. De acuerdo con Polya, el objetivo de la heurística es “comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso” estas pueden implicar indagación, exploración y descubrimiento.

3. Juego a través del ajedrez.

Teniendo en cuenta que la matemática es un área importante del currículo escolar, los maestros y profesores tienen que buscar los recursos y estrategias didácticas necesarios para facilitar el aprendizaje de los alumnos, ya que como dicen Gairín y Muñoz (2006) "su aprendizaje no tiene porque resultar difícil si se utilizan los medios adecuados". Es aquí donde damos importancia a los juegos matemáticos como recurso y herramienta didáctica para facilitar ese proceso de aprendizaje en los alumnos. Atendiendo a la elaboración de Gairín Sallán y Fernández Amigo (2010), el ajedrez es:

-Ejercicio mental porque es un entrenamiento cerebral debido a que puede ayudar a aumentar la concentración, mejora aspectos como: la memoria, la organización personal y la capacidad de tomar de decisiones.

-Instrumento educativo porque es un recurso de mejora metodológica para la mayoría de las materias curriculares, en especial las matemáticas. Las habilidades adquiridas se pueden transferir a otros ámbitos. Confiere al proceso educativo un matiz de originalidad y creatividad. Puede ser un instrumento diagnóstico y terapéutico en el aspecto actitudinal. Es una herramienta adecuada para la educación de valores.

-Ciencia porque desarrolla habilidades de cálculo numérico y razonamiento lógico. Acostumbra al alumno a analizar y sintetizar. Es una gran fuente de investigación. En inmediata relación causa-efecto.

-Juego porque es una fuente de diversión y entretenimiento. Fomenta el respeto a las reglas. Ejerce como desconector de problemas. Es un gran recurso motivador. Dentro de juego lo consideraremos juego de estrategia.

-Arte porque busca la belleza, provoca emociones, fomenta la creación, persigue el placer.

-Deporte porque es una lucha entre dos mentes. Forja el carácter, enseña a aceptar la derrota. Se produce un desgaste del sistema nervioso y cardiovascular. Cumple condiciones para ser olímpico.

Corbalán (1994) dijo que los juegos en el contexto escolar precisan también del uso de material concreto como tableros y fichas o simplemente lápiz y papel, materiales que

permitan registrar los procesos de resolución del problema matemático implicado en el juego. Estos rasgos son importantes para la elaboración de secuencias didácticas, en concreto a partir del juego del ajedrez. Por este motivo, en nuestra secuencia dotaremos al alumnado del material necesario con el fin de favorecer su proceso de enseñanza-aprendizaje (mini-tableros, piezas físicas en tres dimensiones…).

4. Ajedrez, resolución de problemas y argumentación.

El ajedrez avala su importancia en los sistemas educativos de muchos países del mundo tiene gran influencia tanto a nivel cognitivo como personal, Gairín Sallán y Fernández Amigo (2010). Nosotros nos centraremos en el razonamiento lógico y la resolución de problemas ya que, según Fernandez Amigo (2008), "el razonamiento lógico es algo inherente al quehacer ajedrecístico", es decir, entran en juego numerosas formas de razonamiento y el jugador de ajedrez ha de tomar decisiones que son precedidas de reflexión, y como indican Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012), uno de los componentes de la práctica del ajedrez es el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y del pensamiento lógico, los cuales están incluidos en matemáticas.

Además, a lo largo del tiempo ha habido varios autores como Frank (1974), Ferguson (1995), Liptrap (1977), Dauvergne (2000), Thompson (2003), Stefurak (2003), Drenda (2003), Ferreira y Palharse (2008) citados por Farhad Kazemi, Mozafar Yektayar y Ali Mohammadi Bolban Abad (2011) que han realizado estudios en los que muestran que el ajedrez ayuda en la mejora académica, en concreto, en las estrategias de resolución de problemas, mejora de la memoria, de la atención, del pensamiento crítico y de la creatividad, así como el aumento de la visión espacial y la habilidad para reconocer patrones.

De esta manera, la resolución de problemas y la argumentación son muy importantes en el área de matemáticas y están estrechamente relacionadas con el ajedrez y la secuencia didáctica que se va a mostrar a lo largo de este trabajo. En la secuencia los juegos de minitableros son considerado de estrategia, los alumnos tienen que utilizar estrategias para resolver los minitableros (juegos) y de conocimiento co-instruccional, ya que el profesor lo está utilizando como otro recurso para el aprendizaje.

También R. Rodríguez Ruiz defiende el uso del juego del ajedrez para abordar procesos de argumentación

a. Perspectivas sobre la resolución de problemas de matemáticas.

Blanco Nieto y Cádernas Lizarazo (2013) toman diferentes perspectivas en cuanto a la enseñanza de la resolución de problemas de autores como Blanco (1993), Gaulin (1986), Pino (2013), Puig (2008), Schroeder y Lester (1989) y Schoenfeld (1985):

a) Enseñanza para la resolución de problemas. Trata de dar a los estudiantes oportunidades para aplicar sus conocimientos matemáticos previos en la resolución de problemas, es la visión tradicional.

b) Enseñanza sobre la resolución de problemas. Trata de enseñar a los alumnos estrategias específicas sobre la resolución de problemas, favorecer la reflexión y discusión sobre el propio proceso.

c) Enseñanza via resolución de problemas. Trata de proponer situaciones problemáticas que los alumnos irán abordando y resolviendo. La enseñanza aprendizaje se inicia con una situación problemática que incorpora ciertos aspectos claves del tema, provocando el desarrollo de determinadas técnicas matemáticas. Según indica Schroeder y Lester (1989), los conceptos y habilidades matemáticas, el desarrollo de altos niveles de procesos de pensamiento y la enseñanza de las Matemáticas debe de desarrollarse en una atmósfera de investigación orientada a la resolución de problemas. Nosotros vamos a trabajar a lo largo de nuestra secuencia didáctica la resolución de problemas matemáticos basándonos en esta perspectiva.

En cuanto a la resolución de problemas, tomando el modelo de Guzmán (1991), se pasa por cuatro fases:

1)Familiarización con el problema (comprender la naturaleza del problema), 2)Búsqueda de estrategias , se trata de seleccionar estrategias acordes con la naturaleza del problema:

a) Resolución gráfica donde se reflejan las condiciones de los datos y el enunciado lo cual ayuda en la resolución.
b) Ensayo y Error, consiste en experimentar posibles soluciones hasta dar con la correcta.

c) Razonamiento inverso, se trata de tomar el resultado como punto de partida e ir retrocediendo hasta la posición inicial.
d) Organización de la información, realización de un esquema o tabla que ayude a disponer las condiciones y los datos del enunciado de manera que ayude a abordar la resolución.
e) Descomposición del problema en problemas para ver mejor la relación entre los datos.
f) Simplificación y búsqueda de regularidades, al simplificar aparecen regularidades que hasta ahora permanecían ocultas
g) Experimentación con la posible solución verificar si la solución satisface las condiciones del enunciado, en caso que no, puede conducir a otra solución.
h) Búsqueda de un contraejemplo, utilizada para demostrar la falsedad de un enunciado matemático.
i) Reducción al absurdo, supone en demostrar la falsedad de lo que se quiere demostrar y llegar a una contradicción.

3) Desarrollo de la estrategia, es el momento en el que se lleva a cabo la estrategia y si no se acierta con el camino, se puede volver a aplicar otra estrategia volviendo a la fase anterior.

4)Revisión del proceso en la cual, hay que entender por qué funcionan las cosas, reflexionar sobre el proceso de pensamiento, consecuencias y resultados que podríamos obtener con el método. Cuando los alumnos escriben la reflexión, el por qué han hecho las cosas es cuando podemos hablar de razonamiento y argumentación.

Atendiendo al estudio realizado por Navarro y Deulofeu (2015), tras trabajar con juegos de estrategia, los alumnos encuentran más fáciles los problemas, comprenden mejor el enunciado, se incrementa el uso de heurísticas apropiadas, utilizan lenguajes más adecuados y resuelven mejor los problemas. Seguramente, esto es debido a que en a través del juego los alumnos pueden ver y verbalizar las diferentes heurísticas que posteriormente utilizan para la resolución de problemas.

b. Relación de resolución de problemas con las fases del juego:

Según Abrantes (1996) citado en Edo, Baeza, Deulofeu y Badillo (2008), los juegos matemáticos pueden permitir desarrollar habilidades de resolución de problemas si son trabajados con un objetivo claro y dentro de un ambiente de resolución de problemas.

Relación entre las fases de resolución de un problema y las fases de resolución de un juego (Edo, 2002):

Fases de resolución de problemas en primaria (Pòlya).	**Fases de resolución de un juego.**
I. Comprensión del problema.	a) Comprensión de los objetivos del juego y de las normas a seguir.
II. Diseño y ejecución de un plan general o de planes parciales sucesivos.	b) Desarrollo de partida: experimentación, realización de conjeturas, diseño de planes parciales, planificación de una estrategia.
III. Verificación de la solución obtenida.	c) Validación o refutación de la estrategia y análisis de lo que ha pasado.

Tabla 1.

Como podemos ver, a través de los juegos de estrategia podemos trabajar la resolución de problemas ya que existe un paralelismo entre ellos. En este trabajo hablaremos y analizaremos las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución de los juegos que siguen los pasos indicados en la tabla.

c. Argumentación.

Entendemos por argumentación tomando la definición de Sardà (2003), "actividad social, intelectual y verbal que sirve para justificar o refutar una opinión, y que consiste en hacer declaraciones teniendo en cuenta al receptor y la finalidad con la cual se entienden. Para argumentar hace falta elegir entre diferentes opciones o explicaciones y razonar los criterios que permiten evaluar como más adecuada la opción elegida". La argumentación matemática es aquel tipo de argumentación que se desarrolla dentro de la actividad matemática y en la que la ley de paso se apoya en elementos del conocimiento matemático, requieriéndose la capacidad de comprender o de producir una relación de justificación entre proposiciones que sea de naturaleza deductiva y no sólo semántica. En la argumentación tenemos unas premisas que son los hechos para

validar la afirmación y llegar a la conclusión, y la ley de paso on las razones que justifican las conexiones entre datos y conclusión.

Según Homero (2007, p. 71) "la práctica argumentativa en matemáticas es el conjunto de acciones y razonamientos que un individuo pone en juego para justificar o explicar un resultado o para validar una conjetura nacida durante el proceso de resolución de un problema".

Esto hace que la práctica argumentativa pueda estar básicamente constituida por explicaciones, justificaciones y otros tipos de razonamiento que no cumpla las condiciones para ser argumentaciones, de acuerdo con la definición dada anteriormente. Según Godino y Recio (2001), los argumentos, las explicaciones y los demás tipos de razonamiento pueden entenderse como objetos emergentes de sistemas de prácticas argumentativas. Tomando a Jorba (1998, p. 48), "justificar es producir razones o argumentos, establecer relaciones entre ellos y examinar su aceptabilidad con la finalidad de modificar el valor epistémico de una tesis en relación al corpus de conocimiento en que se incluyen los contenidos objeto de la tesis". Según el Diccionario de la Real Academia Española (RAE, 2001, p. 1021) " explicar es declarar o exponer cualquier materia, doctrina o texto difícil con palabras muy claras para hacerlos perceptibles".

A nosotros nos interesa la práctica argumentativa en nuestra secuencia didáctica de minitableros de ajedrez ya que trabajamos la resolución de problemas y es necesario que los alumnos razonen o expliquen porqué han realizado esas acciones y puedan reflexionar. En estos niveles, no entraremos en grandes diferencias entre explicar o justificar aunque si que es cierto que al principio utilizamos el verbo "explicar" y con el paso de las sesiones cambiamos o combinamos "explicar" con "justificar" ya que como hemos visto con la definición, es un término que va más allá, incluye establecer relaciones, examinar su credibilidad y queremos ver una evolución en la práctica argumentativa de los alumnos a lo largo de las sesiones.

d. Ajedrez en la escuela.

Según la declaración del Parlamento Europeo (2012) sobre la introducción del programa "Ajedrez en la Escuela" en los sistemas educativos de la Unión Europea, esta pide a la Comisión y a los Estados miembros que apoyen la introducción del programa «Ajedrez en la Escuela» en los sistemas educativos de los Estados miembros. En España, las

comunidades autónomas de Aragón, Cataluña, Extremadura, Galicia y Cantabria han llevado a cabo programas para la promoción del ajedrez pero sin que haya relación entre los mismos. Además, en Argentina, se ha llevado a cabo un Programa Nacional de Ajedrez educativo.

En cuanto a la proposición no de ley presentada por el Grupo Parlamentario Catalán (2014) del Congreso de los Diputados que insta al Gobierno, en colaboración con las comunidades autónomas de implantar el programa Ajedrez en la escuela con carácter general en el sistema educativo español.

En Aragón, encontramos más de 100 colegios seleccionados para el programa ajedrez en la escuela en el curso 2016-2017. Algunas de las finalidades del programa son "potenciar las capacidades de cálculo, de análisis y de síntesis, mejorando la percepción, la discriminación, la creatividad, la imaginación y la intuición, potenciando la competencia de aprender a aprender. Fomentar el razonamiento convergente y divergente para aumentar la capacidad de resolver problemas. Incrementar la iniciativa, el autocontrol, la autodisciplina, el esfuerzo, la reflexión, el pensamiento crítico y la responsabilidad, mejorando la organización y la planificación de manera que se potencie la competencia de iniciativa y autonomía persona", que quedan en relación con nuestra secuencia didáctica (orden junio de 2016).

"El juego del ajedrez debe de ser un recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas" atendiendo a Nortes (2015).

Podemos encontrar países como Cuba en los que el juego del ajedrez forma parte de los contenidos del currículo en la etapa de Primaria, con una frecuencia de dos veces por semana (estudio realizado por la Universidad Jaume I).

5. Relación del Currículo con los juegos propuestos.

Como hemos indicado anteriormente, nos vamos a centrar los juegos de minitableros basados en el juego del ajedrez para la secuencia didáctica. Se tratan de juegos de estrategia y de conocimiento co-instrucional, los alumnos juegan por parejas. Tienen que resolver distintos minitableros y después hacer una práctica argumentada sobre la resolución que han dado, proceso que resulta bastante similar al de la resolución de problemas matemáticos y su argumentación.

Los juegos "minitableros" de ajedrez no son algo ajeno al curriculum, sino que como veremos a continuación están incluidos en él.

Según el RD 126/2014 por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria (MECD, 2014) por el que se define el currículo como "*la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas*" (p. 19349) y en el área de Matemáticas *"van encaminados a desarrollar las competencias matemáticas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana"* (p. 19386). El ajedrez es un recurso para lograr la concentración y desarrollar el pensamiento lógico en el campo numérico, la geometría y la medida.

En relación al currículo del área de matemáticas. Las matemáticas nos ayudan a enfrentarnos a situaciones abiertas, sin solución única y cerrada. Esto resultará importante trabajarlo en situaciones en las que puede haber más de una solución y puede haber distintos caminos utilizados como procedimientos en la resolución de problemas.

Es preciso desplazar esta prioridad hacia un plano instrumental incidiendo especialmente en el desarrollo y aplicación del razonamiento matemático en el tratamiento y resolución de problemas diversos en situaciones cotidianas. Los alumnos son puestos en diferentes situaciones a través de este juego en las que tienen que razonar y dar explicaciones o justificaciones de cómo y por qué han llegado a la solución.

En los tres primeros cursos de Educación Primaria se pretende encontrar contextos que posibiliten la formulación de tareas concretas, prácticas y sustentadas en los intereses y necesidades del alumno y sus vivencias diarias y que a la vez faciliten la evaluación y seguimiento de los progresos en el aprendizaje. Esto nos resulta interesante para trabajar el juego matemático (minitableros de ajedrez) ya que de una manera práctica e interesante para el alumnado aprende siendo guiado a través de las fichas.

Se contribuye al desarrollo de las competencias clave:

-*Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología*. Esta es la competencia más potenciada, se ve reflejada en la capacidad que muestran los alumnos mediante el juego para aplicar el razonamiento matemático que les permita resolver las

situaciones utilizando estrategias, así como las herramientas de describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en el contexto. Los alumnos tienen que crear explicaciones o justificar sobre los resultados que han obtenido y para ello tienen que reflexionar sobre sus soluciones además de, en ocasiones tener que decir si las soluciones son adecuadas o no y la posibilidad de encontrar más de una solución.

-*Competencia en comunicación lingüística*. La podemos ver reflejada tanto a nivel oral (interrelaciones que hacen las parejas de alumnos en las que intercambian información) como a nivel escrito en el que los alumnos explican o justifican cómo y por qué han llegado a la resolución de los ejercicios.

-*Competencia social y cívica*. Los alumnos tienen que comunicarse de manera constructiva con sus respectivas parejas, respetándose e interactuando.

Los objetivos pertenecientes al área de matemáticas que se trabajan son*:*

Obj.MAT2. Utilizar los procesos de deducción, inducción, estimación, aproximación, probabilidad, precisión, rigor…en situaciones de la vida cotidiana, formulándolas mediante sencillas formas de expresión matemática, obteniendo respuesta a sus planteamientos con una o varias soluciones, valorando la coherencia de los resultados, y justificando el proceso seguido.

A lo largo de las sesiones los alumnos tendrán que dar respuesta a las preguntas planteadas en el juego y justificar como lo han hecho, en muchos de los ejercicios, los alumnos actuarán teniendo en cuenta que puede haber más de una posible solución.

Obj.MAT3. Valorar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y desarrollar actitudes como la conveniencia de la precisión, la perseverancia en la búsqueda de soluciones, la exploración de distintas alternativas, el esfuerzo por el aprendizaje, el trabajo personal y en equipo…, y adquirir seguridad para afrontar y desenvolverse eficazmente en situaciones diversas con satisfacción personal.

-Orientaciones Metodológicas:

La resolución de problemas constituye el eje principal de la actividad matemática. El alumno, inicialmente debe querer y poder entender el problema que debe estar en el marco de su lógica vital, ser atractivo, construir en sí mismo un reto que merece la pena superar. El contexto de la situación debe de pertenecer al campo de sus intereses

e inquietudes. Los alumnos a través de los juegos que aparecen en nuestra secuencia, quieren resolverlo y para ello, tratan de entender los enunciados y resolver los juegos que siguen el mismo procedimiento que la resolución de problemas como hemos visto anteriormente.

La construcción del pensamiento lógico:

-*La clasificación*. Los alumnos clasifican las distintas piezas de ajedrez según su forma, anteriormente aprendida y les asignan un determinado movimiento.

-*La flexibilidad del pensamiento*. No hay una sola forma correcta y por ello se puede llegar a una solución utilizando distintos procedimientos. Los alumnos pueden comprobar esto tanto individualmente como con sus compañeros, ya que resolviendo el problema pueden ver como la respuesta de los compañeros es también correcta pero sin embargo el procedimiento utilizado es diferente. Los alumnos también en ocasiones resuelven problemas de más de una manera diferente, encontrando más de una solución y siendo todas ellas correctas.

-*La reversibilidad*. Los alumnos son capaces de crear por si mismos enunciados de problemas, lo que resulta muy importante para trabajar en matemáticas.

-*La visualización mental espacial*. Los alumnos trabajan con piezas de ajedrez y tienen que ser capaces de colocarlas en el "minitablero" y analizar los movimientos para solucionar los problemas.

En esta sesión se trabaja el bloque 1 de matemáticas de tercer curso de Educación Primaria: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas correspondientes al tercer curso de la educación primaria.

Contenidos:

-Planificación del proceso de resolución de problemas del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana: <u>comprensión del enunciado, estrategias básicas</u> (experimentación, exploración, analogía, organización, codificación, división de un problema en partes…) y procesos de razonamiento siguiendo un orden en el trabajo, reflexión sobre el proceso, comprobación de la coherencia de las soluciones y análisis de forma cooperativa de otras estrategias de resolución.

Los alumnos tienen que resolver las distintas actividades que van apareciendo en el juego, para ello tienen que leer los enunciados, aplicar las estrategias necesarias, razonar y reflexionar sobre el proceso.

-Acercamiento al método de trabajo científico mediante el estudio de algunas de sus características (organización y orden) y su práctica en situaciones del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana.

-Desarrollo de actitudes básicas para el trabajo matemático: esfuerzo, perseverancia, estrategias personales de autocorrección, y espíritu de superación, confianza en las propias posibilidades, promoción de la curiosidad por los nuevos aprendizajes. Disposición para desarrollar aprendizajes autónomos y para compartir los procesos de resolución y los resultados obtenidos.

Los alumnos tienen que mostrar su capacidad para enfrentarse a la resolución de los ejercicios y actitud frente a los resultados obtenidos ya es necesario que den una explicación o argumentación.

-Crit.MAT.1.1.Expresar verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema.

-Est.MAT.1.1.1 Comunica verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema de matemáticas en contextos de entorno escolar, familiar y de la vida cotidiana.

Crit. MAT.1.4. Profundizar en problemas resueltos, planteados desde situaciones del entorno escolar y familiar y la vida cotidiana, respondiendo sobre la coherencia de la solución, buscando, con ayuda, otras formas de resolverlos o planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc.

-Est. MAT.1.4.1 Responde en problemas una vez resueltos, planteados desde situaciones del entorno escolar y familiar y la vida cotidiana, sobre la coherencia de la solución y busca otras formas de resolverlos, mediante preguntas sencillas planteadas como ayuda, de forma individual o colectivamente.

Los alumnos primero tienen que resolver las actividades y después tienen que dar una explicación o justificación de manera escrita. También, se les dota a los alumnos de algunas actividades en las que es necesario encontrar más de una solución o hay más de

una manera de resolverlas. El poder trabajar en parejas permite que ellos mismos sean conscientes al comprobar resultados con sus compañeros de que muchas de las actividades del juego pueden resolverse de maneras distintas y todas ellas pueden ser correctas.

-Est. MAT 1.4.2. Inventa nuevos problemas, a partir de uno resuelto y variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, conectándolo con la realidad, buscando otros contextos, etc.

Después de realizar varias sesiones de este juego con varias actividades, es en la cuarta y quinta sesión cuando a los alumnos se les da la oportunidad de crear sus propios enunciados.

Crit. MAT.1.6 Planificar y controlar las fases de método de trabajo científico en situaciones adecuadas al nivel.

-Est. MAT. 1.6.1 Practica algunas características del método científico en el tratamiento de situaciones problemáticas del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana, siendo ordenado y organizado en el registro de sus observaciones, datos y anotaciones, y la expresión de los procesos resultados.

-Est.MAT.1.6.2. Tiene presente en el tratamiento de situaciones problemáticas del entorno escolar y familiar y la vida cotidiana en preguntas como: ¿qué quiero averiguar?, ¿qué tengo?, ¿qué busco?, ¿cómo lo puedo hacer?, ¿no me he equivocado al hacerlo?, ¿la solución es adecuada?, ¿cómo se puede comprobar?

En este juego de minitableros a los alumnos se les entregan unas fichas sobre las que registran sus resoluciones, observaciones y explicaciones, de manera que tienen que seguir un orden y una organización. Además, se les van haciendo diferentes preguntas a lo largo del juego que les permiten tratar esas situaciones problemáticas.

-Crit. MAT.1.8. Conocer algunas características del método de trabajo científico en contextos de situaciones problemáticas a resolver.

-Est. MAT.1.81. Elabora hipótesis sencillas apoyadas en argumentaciones basadas en la experiencia en situaciones problemáticas a resolver del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana en contextos numéricos, geométricos o funcionales.

Con este juego y las sesiones esperamos que se pueda ver una evolución de estas hipótesis en los alumnos.

-Crit.MAT.1.9/Crit.MAT1. 11. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático: precisión, rigor, perseverancia, reflexión, automotivación y aprecio por la corrección. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.

-Est.MAT. 1.9.1. Desarrolla y muestra actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas, esfuerzo, perseverancia, estrategias personales de autocorrección y espíritu de superación.

-Est.MAT. 1.9.2. Muestra interés en la resolución de problemas del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana superando bloqueos e inseguridades ante situaciones desconocidas y utilizando la reflexión sobre los errores como métodos de aprendizaje.

Crit. MAT.1.10. Iniciarse en la reflexión de las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras, transfiriendo el saber hacer en un contexto a otro semejante.

-Est. MAT 1.10.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas del entorno escolar, familiar y la vida cotidiana valorando su conveniencia por su sencillez y utilidad.

Como ya hemos dicho, durante estas sesiones de juego trabajamos la resolución de problemas, los alumnos se enfrentan a situaciones que les permiten reflexionar sobre el aprendizaje y tomar decisiones dentro del entorno escolar.

CAPÍTULO 2: Análisis de los Juegos Educativos Matemáticos.

Se trata de un conjunto de 23 juegos llamados minitableros de ajedrez debido a que están basados en dicho juego. Podemos clasificar estos juegos como juegos de estrategia debido a que los jugadores tienen que elegir las estrategias adecuadas para dar con la solución, y de conocimiento co-instruccional se trata de una actividad de enseñanza en algunos aspectos como la argumentación. Los objetivos de este juego son:

-Resolver los minijuegos correspondientes a cada sesión (cuatro o cinco), en un tiempo determinado (45 minutos).

-Trabajar la resolución de los minijuegos para la mejora de la resolución de problemas.

-Argumentar las resoluciones de los minijuegos con el fin de mejorar en la argumentación matemática.

-Cooperar con el otro jugador (pareja) en caso de que sea necesario para continuar con los juegos.

El material proporcionado son los minitableros de ajedrez estructurados. El tamaño de las piezas con 3 dimensiones físicas es el normal.

Hemos clasificado los juegos atendiendo a unas características comunes en cuatro grupos:

El primero, tipo A, los alumnos ya tienen todas las piezas de ajedrez dibujadas en el minitablero de manera que cuando comienzan a jugar, tienen que responder razonando si dichas piezas se comen o no.

El segundo, tipo B, los alumnos tienen los minitableros sin piezas colocadas y tienen que dibujar determinadas piezas de ajedrez atendiendo a las instrucciones de los enunciados. Las respuestas terminan dependiendo del jugador y deben de dar una argumentación.

El tercero, tipo C, en el minitablero hay determinadas piezas ya colocadas y el enunciado exige colocar más piezas de ajedrez que cumplan unas determinadas condiciones como pueden ser: que se coman dichas piezas, que no se coman dichas piezas…Los alumnos deben de dar una argumentación.

El cuarto, tipo D, los alumnos tienen que crear un enunciado, resolverlo y argumentar. Al final de la sesión tienen que resolver los juegos creados por su jugador compañero y corregir lo que han resuelto.sus compañeros.

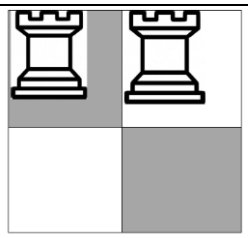
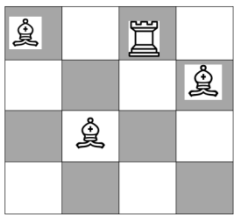
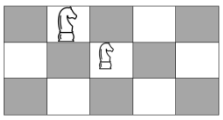
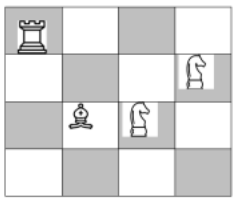
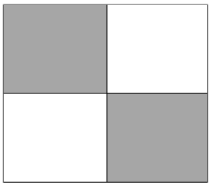
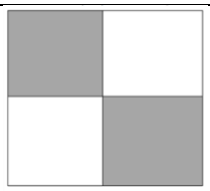
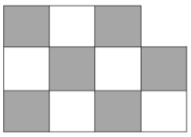
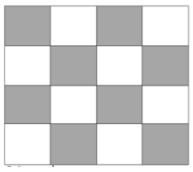
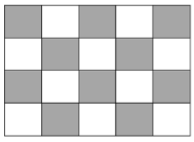
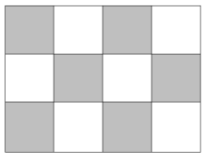
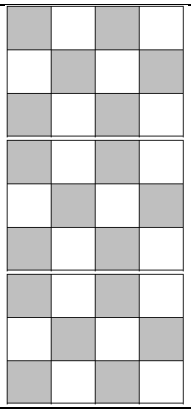
Ficha. TIPO A	**S**	**Nº casillas**	**Número piezas**	**Número Respuestas**	**Enunciado.**
	1	4	2 torres	Una posible respuesta	¿Se comerá una torre a otra? Si/no porque…
	2	16	3 alfiles y una torre.	Una respuesta posible	¿Se comen unas piezas a otras? Si no, porque
	3	15	2 caballos	Una respuesta posible.	¿Se comerán los caballos? Dibuja su movimiento y explica porqué sí o porqué no.
	4	16	2 caballos, 1 alfil y 1 torre.	Una posible respuesta	¿Se comen entre ellas las siguientes piezas? S, no porque… Coloca otro caballo más que sea comido por el alfil y que coma a la torre y justifica cómo has encontrado esa casilla.

Tabla 2.

Ficha. TIPO B	S	Nº casillas	Número piezas	Número respuestas	Enunciado
	1	4	2 torres	2 posibles soluciones	Coloca dos torres de manera que no se puedan comer entre ellas. Dibújalas. ¿Se comerá una torre a otra? Sí/no, porque. ¿Cómo?, dibuja el movimiento.
	1	4	2 alfiles	4 posibles soluciones	Coloca dos alfiles de manera que no se puedan comer entre ellos. Dibújalos. Dibuja el movimiento y explica porque no se comen.
	1	12	1 torre y 3 alfiles.	Más de una posible solución. Depende del jugador.	Coloca una torre y tres alfiles de manera que no se puedan comer entre ellos.
	2	16	3 alfiles y 1 torre.	Más de una posible solución. Depende del jugador.	Coloca las piezas del ejercicio anterior de manera que no se coman entre ellas. Explica porqué.
	3	20	2 caballos, 2 alfiles y 1 torre.	Más de una posible solución. Depende del jugador.	Coloca dos caballos, dos alfiles y una torre de manera que no se coman entre ellos.
	4	12	1 caballo, 1 alfil y1 torre.	Más de una posible solución. Depende del jugador.	Coloca un caballo, un alfil y una torre de manera que: la torre sea comida por el caballo, el alfil sea comido por la torre y el alfil coma al caballo.
	4	12	1 caballo, 1 alfil, 1 torre.	Más de una posible solución. Depende del jugador.	Coloca un caballo, un alfil y una torre de manera que: La torre sea comida por el caballo, el alfil sea comido por la torre y el alfil coma al caballo. Debe de realizarse de tres maneras diferentes.

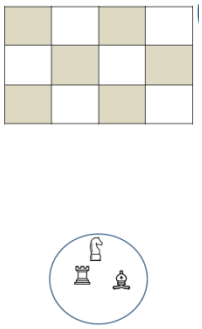
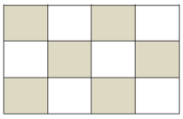
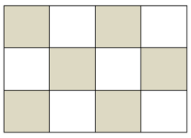
	5	12	1 torre, 1 caballo, 1 alfil	Más de una posible solución. Depende del jugador.	Coloca la primera pieza en la casilla que elijas (puedes elegir que pieza es la primera) Coloca la segunda pieza sin ser comida ni que coma a la primera (puedes elegir que pieza es la segunda). ¿En cuántos sitios puede ir la tercera para no ser comida ni que coma la tercera pieza? Justifica.
	5	12	1 torre, 1 caballo, 1 alfil	Más de una posible solución. Depende del jugador	Coloca la primera pieza en la misma posición que en el ejercicio anterior. Coloca la segunda pieza elegida anteriormente pero en <u>otro sitio diferente sin ser comida ni comer a la primera pieza.</u> ¿En cuántas casillas puede colocarse la tercera pieza para no ser comida ni que coma? Justifica como has resuelto el ejercicio.
	5	12	1 torre, 1 alfil y 2 caballos.	Más de una posible solución. Depende del jugador	Coloca una torre, un alfil y dos caballos, de manera que no se coman las piezas entre ellas. Justifica porque no se comen dichas piezas y porqué las colocas en esas casillas.

Tabla 3.

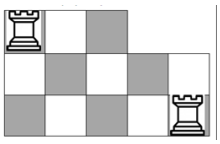
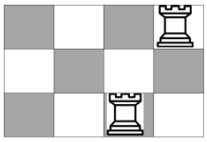
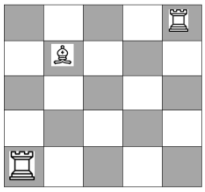
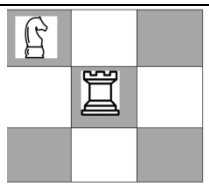
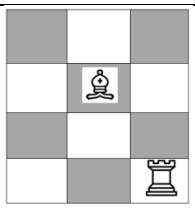
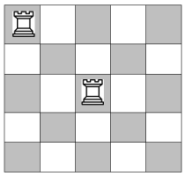
Ficha. TIPO C	S	Nº casillas	Número piezas	Número respuestas	Enunciado
	1	13	2 torres y 1 alfil.	Una posible	Coloca un alfil de manera que las piezas no se puedan comer entre ellas. Dibújalo. Dibuja sus movimientos y explica por qué.
	2	12	2 torres y 1 alfil	Una posible solución	Coloca un alfil de manera que las piezas no se puedan comer entre ellas. Explica por qué no se comen entre ellas.
	2	25	3 alfiles y 2 torres	Cuatro posibles casillas en las que se pueden colocar.	Donde colocarías dos alfiles de manera que no se comieran las piezas entre ellas. Dibújalos y marca las casillas. Explica por qué no se comen.
	3	9	2 caballos y 1 torre.	Tres posibles soluciones.	Coloca un caballo de manera que no se coman las piezas entre ellas. Explica por qué no se comen. Dibújalo
	3	12	2 caballos, 1 alfil y 1 torre.	Tres posibles soluciones	Coloca dos caballos de manera que no se coman ninguna de las piezas. Dibújalos, dibuja su movimiento y explica por qué no se comen.
	4	25	2 torres, 4 caballos en la primera parte. Todos los caballos posibles 1 alfil	4 soluciones del caballo. 1 solución del alfil	Tienen dos enunciados, hay que resolver atendiendo ese orden. Coloca un caballo para <u>que coma a la torre del centro</u> y <u>no sea comido.</u> Busca todas las soluciones posibles. Coloca a un alfil para que pueda comer a las dos torres y no sea comido por ellos. Explica por qué lo has colocado ahí.

Tabla 4.

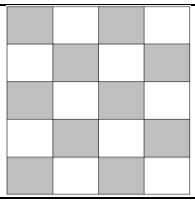
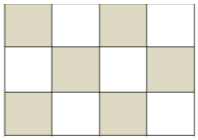
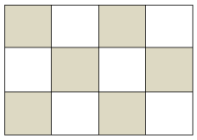
Ficha. TIPO D	S	Nº casillas	Número piezas	Número respuestas	Enunciado
	4	20	Mínimo 1 caballo, 1 alfil y 1 torre.	Respuestas varias, dependiendo del jugador.	Crea un ejercicio con al menos un caballo, un alfil y una torre. Inventa y escribe el enunciado y resuélvelo justificando.
	5	12	2 alfiles, 1 torre y 1 caballo.	Respuestas varias, dependiendo del jugador	Crea tu propio enunciado con dos alfiles, una torre y un caballo. Justifica las respuestas Resuélvelo y que lo resuelva tu compañero.
	5	12	2 alfiles, 1 torre y 1 caballo.	Dependiendo del jugador compañero.	Vuelve a escribir el enunciado del ejercicio anterior para que lo pueda resolver tu compañero. Resuelve el ejercicio y explica porque colocas las piezas en esas casillas.

Tabla 5.

CAPÍTULO 3: Experimentación en el aula.

1. Pilotaje.

Antes de llevar a cabo las sesiones en el aula se ha realizado un pilotaje con tres niñas, una del tercer curso de Educación Primaria y otras dos en cuarto curso de Educación Primaria del colegio El Salvador, Zaragoza. El pilotaje se ha realizado los fines de semana por la tarde 45 minutos (sábados y domingos). Estas niñas ya conocían el tablero de ajedrez y los movimientos de las piezas de este juego. En esta fase, se mostraron a las niñas una primera versión de las actividades.

En cuanto a la temporalización y metodología utilizadas, de manera general las sesiones duraron 45 minutos, las tres niñas se sentaron juntas en una mesa y lo primero de todo se les recordó cómo eran los movimientos de las piezas de ajedrez que íbamos a utilizar que eran el alfil, la torre y el caballo.

Más tarde, se les entregaron las fichas que íbamos a trabajar. En ningún momento les hice entrega de vocabulario relacionado con el ajedrez debido a que ellas mismas lo conocían.

Estas tres sesiones fueron evaluadas mediante la observación del momento en el que las niñas realizaban la actividad y completaban las fichas. También realizando un análisis de las fichas, teniendo en cuenta las respuestas y argumentaciones dadas.

Tras llevar a cabo estas sesiones de pilotaje se produjeron cambios en el diseño de las fichas correspondientes a cada sesión:

En cuanto al material, las piezas de ajedrez en un principio pensaba darlas en minitarjetas de folio dibujadas y en vez de tenerlas en 3 dimensiones físicas tenerlas a modo minitarjeta de papel pero las niñas preferían las piezas en 3 dimensiones físicas y por ello les proporcione dicho material. También encontré errores en las fichas ya que las casillas de color del tablero eran demasiado oscuras y como en ocasiones en la resolución de los ejercicios tenían que dibujar encima de esas casillas oscuras resultaban poco visibles los resultados.

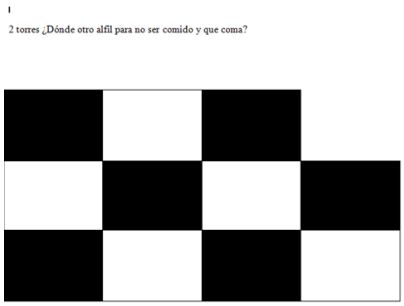


Figura 1.

En cuanto al tiempo previsto para la realización de las actividades de tipo B y C. Las fichas en las que no aparecen todas las piezas dibujadas resultan más complicadas para los niños ya que les lleva más tiempo en pensar su resolución. Esto lo pude comprobar en la primera sesión con el tiempo que les costó resolverlo y en que una de las niñas lo resolvió mal, se dio cuenta y estaba nerviosa porque lo quería hacer bien, entonces pidió más tiempo para hacerlo y una ficha nueva. Se le proporcionó y la resolvió correctamente. A consecuencia de esto, realicé una temporalización más adecuada en las sesiones con alumnos, incluyendo menos fichas de ese tipo por sesión.

En cuanto a los tipos de piezas a introducir en cada sesión, en un principio pensé en la primera sesión utilizar el movimiento del caballo también, pero después decidí que era mejor esperar a introducir una tercera figura más tarde debido a que la introducción de ésta aumenta también el grado de dificultad y las niñas de la experimentación a pesar de conocer el movimiento de las piezas con anterioridad mostraron dificultades y les llevo más tiempo el resolver las fichas con caballos.

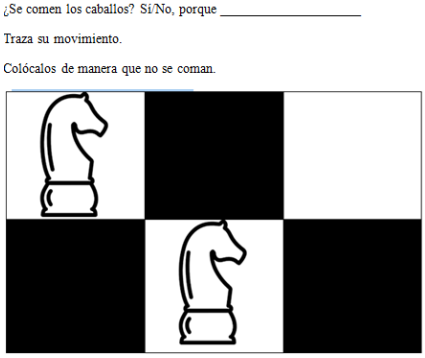


Figura 2.

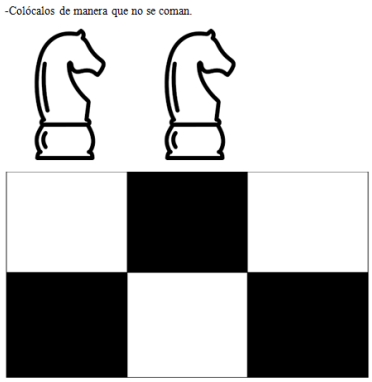


Figura 3.

Se han producido cambios en algunos tableros en cuanto al número de casillas como podemos ver en la sesión 3, primera ficha con 15 casillas y los dos caballos ya colocados ya que anteriormente tenían 6 casillas como se puede ver en las figuras número 2 y 3.

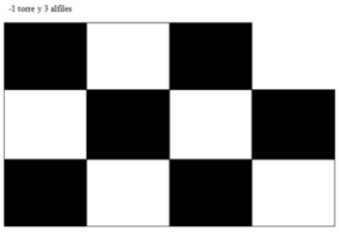


Figura 4.

En cuanto a las preguntas, se observó una falta de elaboración en algunos enunciados y la necesidad de crear un enunciado estándar común para cada tipo de actividad. Este es uno de los enunciados que necesitaban ser elaborados ya que oralmente se comunicó que "tenían que colocar 1 torre y 3 alfiles de manera que no se comieran entre ellos" pero en ninguna de las fichas entregadas aparecía de manera escrita.

Tampoco aparecía escrito en ninguna de las fichas que las alumnas debían de dar una explicación o justificación de lo ocurrido, al ser tres alumnas fue sencillo indicarlo oralmente y todas dieron la explicación correspondiente, pero de cara a más alumnos como ocurre en la implementación de las sesiones era necesario que apareciera de manera escrita en las fichas. Por ello elaboramos enunciados estándares como se puede observar a lo largo de las sesiones en los anexos, de la siguiente estructura "Coloca un alfil de manera que las piezas no se coman entre ellas", y además en cada ficha se indica en el enunciado que se deben de explicar o justificar las actividades del siguiente modo "explica por qué no se comen entre ellas" o "justifica como has llegado a esa solución".

2. Primera secuencia:

		Tipo	NºCASILLAS
Sesión 1	Actividad 1	A	4
	Actividad 2	B	4
	Actividad 3	B	4
	Actividad 4	B	12
	Actividad 5	C	13
Sesión 2	Actividad 1	C	12
	Actividad 2	A	16
	Actividad 3	B	16
	Actividad 4	C	25
Sesión 3	Actividad 1	A	15
	Actividad 2	C	9
	Actividad 3	C	12
	Actividad 4	B	20
Sesión 4	Actividad 1	A	16
	Actividad 2	C	25
	Actividad 3	B	12
	Actividad 4	B	12
	Actividad 5	D	20
Sesión 5	Actividad 1	B	12
	Actividad 2	B	12
	Actividad 3	B	12
	Actividad 4	D	12
	Actividad 5	D	12

Tabla 6.

2.1 Contextualización y diseño de las sesiones

Se trata del centro de educación infantil y primaria público Rosales del Canal. El curso en el que se realiza la sesión es 3º de Educación Primaria, grupo B el cual cuenta con 24 alumnos. En esta clase, todos los alumnos conocían el juego del ajedrez. Tenían una ligera noción de cómo era el tablero y algunos sabían jugar y conocían los movimientos de las piezas. Cabe destacar que la mayoría de alumnos que ya sabían jugar al ajedrez eran niños. En total, los 12 niños de la clase sabían jugar mientras que solo 2 niñas sabían jugar, quedando 10 niñas sin saber jugar.

El acuerdo con la tutora de esta clase es hacer una sesión semanal los martes por la tarde en horario de 15 a 16:30 horas.

La primera sesión se llevó a cabo el martes 7 de marzo del 2017, desde las 15:15 hasta las 16:15 horas.

2.2. Elección de los juegos.

Los juegos utilizados son "minitableros de ajedrez" por parejas. Cada ficha ha sido creada basándonos en la idea del juego solitario de ajedrez "curso didáctica de ajedrez" cuyo autor es desconocido. Además, hemos tenido en cuenta una progresión de las fichas a lo largo de las diferentes sesiones.

2.3 Temporalización y metodología de implementación prevista.

De manera general en todas las sesiones se utilizan el primer tiempo para dar una explicación de lo que se va a trabajar en la sesión correspondiente.

Después se les pide que se agrupen por equipos (formados por dos personas cada uno).

A continuación, se procede a repartir las fichas de actividades correspondientes a la sesión y las piezas de ajedrez que sirven de ayuda para poder realizar dichas actividades.

Una vez repartidos, los alumnos comienzan a resolver las fichas y pueden preguntar dudas. Los alumnos irán entregando en orden cuando vayan terminando y en este momento es cuándo se tiene que apuntar el tiempo que ha tardado cada alumno en realizar todas las fichas de la sesión.

Para dar por finalizada la sesión recogemos todas las fichas y preguntamos dudas o sugerencias.

2.4 Elaboración de instrumentos para la evaluación.

Para la evaluación de todas las sesiones se han utilizado:

- Ficha escrita en el que se registra el tipo de respuesta dada por el alumnado.
- Tiempo. Minutos necesarios para la realización las fichas de una sesión.
- Evolución de los alumnos

3. Primera sesión.

En concreto para esta primera sesión utilicé los primeros quince minutos, de 15:15 a 15:30, para presentar lo que íbamos a trabajar. Para ello utilice un tablero de ajedrez y la pizarra de tiza en la que dibujé una torre y un alfil, los cuales fueron dibujados por los alumnos mismos (dos voluntarios) y explicaron como es el movimiento de esas piezas al resto de compañeros que no sabían jugar. No les dote a los alumnos de conocimientos de vocabulario que les pudiera ayudar en su argumentación matemática.

En este ejercicio no incluí otras piezas ya que la comprensión de los movimientos de algunas piezas como el caballo resulta más complicado.

A la explicación dada por los alumnos de los movimientos de las piezas les explique a los alumnos que en la resolución de las fichas que les iban a entregar no había dos equipos como solían jugar, sino que lo que ahora iba a importar eran los movimientos y que dos piezas del mismo color podrían comerse. Este comentario lo añadí a partir del pilotaje que realice con las niñas previamente.

A continuación, agrupe a los alumnos por parejas pero teniendo en cuenta que las parejas estuvieran compuestas por alumnos que sabían jugar, y otras parejas de alumnos que no supieran jugar. Una vez sentados por parejas, les entregué las cinco fichas grapadas a los alumnos individualmente para que las fueran completando. Además de las fichas también les entregué piezas de ajedrez (4 alfiles y 4 torres por pareja). Las cinco fichas van de menor a mayor dificultad. Las fichas son numeradas comenzando

con la número uno en la primera sesión y finalizando con la número veintitrés en la quinta sesión.

La ficha número uno es un minitablero con cuatro casillas. Con dos piezas de ajedrez, dos torres. Esas dos piezas ya están colocadas en el tablero y el alumno tiene que responder sí o no, dependiendo de si se comen o no esas piezas, decir porqué y dibujar el movimiento con el que, en su caso, podrían comerse, para ayudar en la explicación.

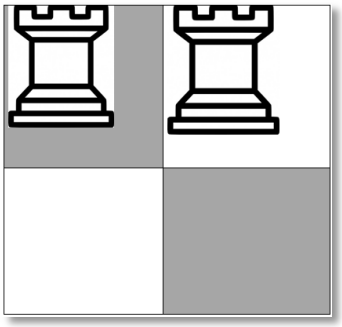


Figura 5. Actividiad 1, sesión1

La ficha número dos es un minitablero con cuatro casillas. Con dos piezas de ajedrez, dos torres las cuales el alumno tiene que colocar para que no se coman y dibujar en el tablero. Después, el alumno tiene que decir si efectivamente se comen o no esas piezas, escribir porqué y dibujar dicho movimiento para ayudar en la explicación. Tiene dos soluciones válidas.

Figura 6.Actividad 2, sesión 1

La ficha número tres es un minitablero con cuatro casillas. Con dos piezas de ajedrez, en este caso alfiles los cuales el alumno tiene que colocar de manera que no se coman y dibujar en el tablero. Después, el alumno tiene que dar una explicación de porqué no se comen y dibujar dicho movimiento. Tiene cuatro soluciones válidas.

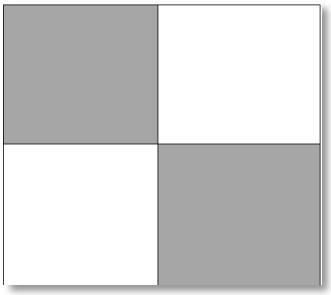


Figura 7.Actividad 3, sesión 1.

La ficha número cuatro es un minitablero con trece casillas. En esta ficha aparecen tres piezas de ajedrez, dos torres las cuales ya están en el tablero colocadas y un alfil que los alumnos tienen que colocar. Los alumnos tienen que colocar la pieza 3D física y dibujarla, dibujar sus movimientos y explicar porqué. Solo tiene una solución válida.

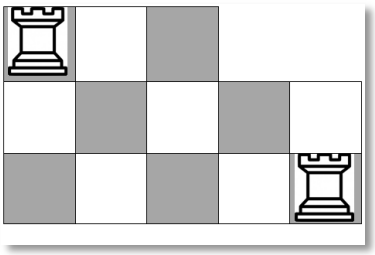


Figura 8. Actividad 4 sesión 1.

La ficha número cinco es un minitablero con once casillas. En esta ficha aparecen una torre y tres alfiles los cuales se tienen que colocar de manera que no se coman entre ellos. Los alumnos tienen que dibujar su movimiento y dar una explicación de porqué ocurre eso. En esta ficha encontramos más de una posible solución.

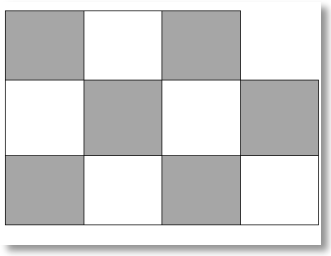


Figura 9. Actividad 5 sesión 1

a. Experimentación y evaluación.

Análisis de los datos:

En cuanto a saber jugar o no con anterioridad, nos encontramos ante 14 alumnos de 24 que ya sabían jugar y 10 de 24 que no sabían jugar al ajedrez.

En cuanto a si terminan o no de jugar en todos los minitableros, 19 alumnos de 24 terminan las 5 fichas de la sesión mientras que los otros 5 alumnos de 24 no terminan dichas fichas, quedándose en la cuarta ficha. Estos 5 alumnos que no terminan están dentro del grupo de alumnos que no sabía jugar al ajedrez previamente, y por lo tanto, no conocían el movimiento de las piezas.

Respecto a los alumnos que sí que terminan, siguen los siguientes tiempos: 14 alumnos terminan de jugar entre los 20 y los 30 minutos, 3 alumnos terminan de jugar entre los 30 y 40 minutos y 2 alumnos terminan de jugar a los 40 minutos y más.

GRUPOS	Sabe jugar	Final.	Tiempo	1 R	1 A	2 R	2 A	3 R	3 A	4 R	4 A	5 R	5 A
A.1	NO	SI	29’	B	R	B	R	B	R	B	R	B	R
A.2	NO	SI	29’	B	M	B	R	B	R	B	M	B	M
B.3.	SI	SI	25’	B	B	B	B	B	R	B	R	B	R
B4.	SI	SI	25’	B	B	B	B	B	B	B	R	B	R
C.5	SI	SI	35’	B	R	B	R	B	B	B	R	B	M
C.6	SI	SI	35’	B	R	B	R	B	B	B	R	B	M*
D.7	SI	SI	28’	B	B	B	R	B	R	B	R	B	M*
D.8.	SI	SI	30’	B	R	B	M	B	M	B	M	B	R
E.9.	NO	SI	40’	B	R	B	R	B	M	B	M	M	M
E.10.	NO	NO	ST	B	B	B	B	B	M	B	R	ST	ST
F.11.	NO	SI	30’	B	B	B	B	B	M	B	R	B	M
F.12.	NO	SI	31’	B	B	B	B	B	B	B	R	B	M
G.13.	SI	SI	20’	B	M	B	R	B	B	B	R	B	R
G.14.	SI	SI	28’	B	B	B	B	B	B	B	R	B	R
H.15.	NO	NO	ST	B	R	B	B	B	M	B	M	B	M
H.16.	NO	NO	ST	B	M	B	B	B	R	B	M	ST	ST
I.17.	SI	SI	20’	B	M	B	R	B	B	B	R	B	R
I.18.	SI	SI	20’	B	M	B	R	B	R	B	R	B	M
J.19.	NO	NO	ST	M	B	B	B	B	M	B	M	ST	ST
J20.	NO	NO	ST	M	B	B	B	M	M	B	M	ST	ST
K.21.	SI	SI	29’	B	B	B	B	B	B	B	M	B	M
K.22.	SI	SI	28’	B	B	B	R	B	B	B	R	B	R
L.23.	SI	SI	43’	B	R	B	B	B	B	B	M	B	M
L.24.	SI	SI	27’	B	R	B	R	B	M	B	M	B	R

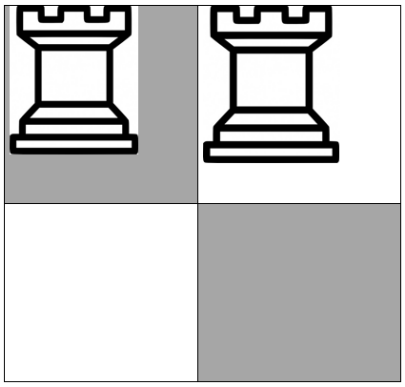
Tabla 7.

B: Bien, R: regular, M: mal

En cuanto a las actividades, en esta sesión consideramos que un ejercicio está bien atendiendo a la resolución de dicha actividad y a la argumentación dada en ésta.

Llamaremos respuesta tipo a la respuesta general de manera inductiva, a posteriori, generada a través de las respuestas de los alumnos.

Actividad 1:



¿Se comerá una torre a otra?

Si/no porque_____

¿Cómo? Dibuja el movimiento.

Figura 10.

1. Resolución.

- Consideramos que los alumnos tienen bien(B) la resolución de esta actividad, si son capaces responder "si", es decir, las torres sí que se comen. 22 de 24 alumnos resuelven bien la actividad.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la resolución de esta actividad si los alumnos no son capaces de dar respuesta o dan una respuesta equivocada. En este caso, 2 de 24 alumnos no resuelven bien la actividad. Se trata de una pareja las cuales han dado la misma respuesta, han dibujado una torre en una de las casillas, eso no corresponde a la resolución de la actividad.

2. Argumentación.

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la argumentación de esta actividad cuando son capaces de relacionar su respuesta dada "si" con el movimiento de las piezas de ajedrez o posición de ellas.

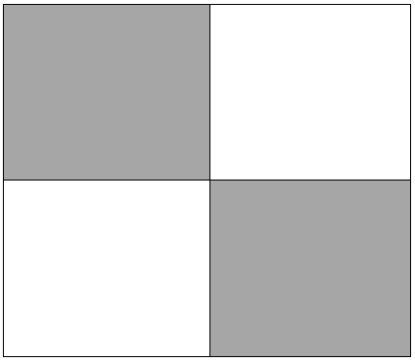
> Respuesta tipo: *"Sí se comen dichas piezas de ajedrez porque están en horizontal y se mueven en horizontal o vertical, por lo tanto es posible que se coman"*. 11 alumnos de 24 argumentan bien.

-Consideramos que los alumnos tienen un regular (R) en la argumentación de esta actividad cuando intentan explicar por qué con sus posiciones y movimientos pero no

precisan cómo son estos. Respuesta tipo: *"Sí, se comerán porque las torres están al lado"*. 8 de 24 alumnos argumentan regular.

-Consideramos que los alumnos tienen un mal (M) en la argumentación en esta actividad cuando cometen errores en el momento de la dar la explicación en cuanto a los movimientos de las piezas de ajedrez, que en este caso son las torres. También en el momento en el que no dan la explicación. Respuesta tipo: *Sí, se comen porque las torres se mueven en diagonal*. Claramente se produce un error ya que asigna un movimiento a la torre que no le pertenece. 5 de 24 alumnos argumentan mal.

Actividad 2:



Coloca dos torres de manera que no se puedan comer entre ellas. Dibújalas.

¿Se comerá una torre a otra?

Si/no porque_____

¿Cómo? Dibuja el movimiento.

Figura 11.

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos colocan y dibujan correctamente las torres en las casillas que corresponde de manera que no se coman, es decir, de manera diagonal una a la otra y en diferentes casillas. Siendo posibles dos el número de posibles soluciones. Los 24 alumnos resuelven bien la actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar las torres en diagonal una a la otra para que no se coman.

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación atendiendo al movimiento de las piezas de ajedrez, en este caso torres, o a su posición.

Respuestas tipo: *Las torres no se comen porque no se mueven en diagonal y para que se comieran el movimiento debería de ser así. Las torres no se comen porque al mover en horizontal o vertical se encontraran con una casilla vacía*. 12 alumnos de 24 dan una buena argumentación.

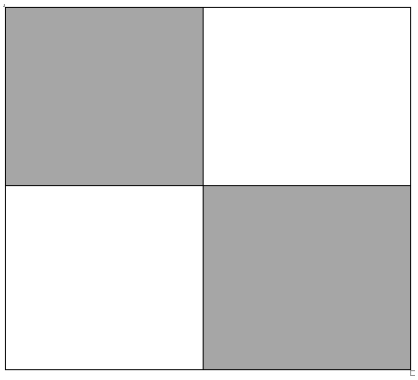
-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos son capaces de dar una explicación sin atender al movimiento de las piezas de ajedrez.

Respuesta tipo: *No porque las torres van en línea y no se encuentran*. 11 alumnos de 24 dan una argumentación regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no dan una explicación ateniendo a los movimientos de las torres, dan una respuesta errónea o incompleta.

Respuesta tipo: *No porque las torres es movimiento de…..* Un alumno de 24 da una mala argumentación.

Actividad 3



Coloca dos alfiles de manera que no se puedan comer entre ellos. Dibújalos.

Dibuja el movimiento y explica por qué no se comen.

Figura 12.

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos colocan y dibujan correctamente los alfiles en las casillas que corresponde de manera que no se coman, es decir, en la misma columna los alfiles. Siendo posibles dos soluciones. 23 de 24 alumnos resuelven la actividad bien.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar los alfiles en la misma columna los alfiles para que no se

coman. 1 de los 24 alumnos resuelve mal la actividad. Dibujando 4 piezas de ajedrez. También podríamos interpretarlo como que la alumna ha dado dos posibles soluciones, pero cuando le preguntamos por qué lo había hecho así no supo darnos una explicación, ver Figura 13.

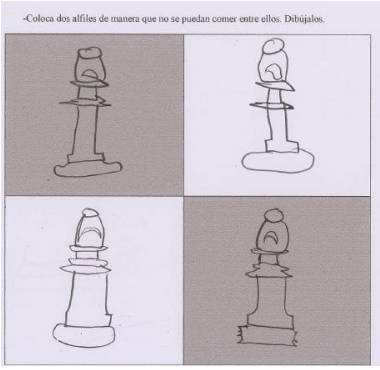


Figura 13. Respuesta alumno 20J

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación atendiendo al movimiento de las piezas de ajedrez, en este caso alfiles, o a su posición.

> Respuestas tipo: *Los alfiles no se comen porque no están en horizontal/vertical y para que se comieran el movimiento debería de ser así. Los alfiles no se comerán porque al mover en diagonal se encontraran con una casilla vacía*. 10 alumnos de 24 dan una buena argumentación.

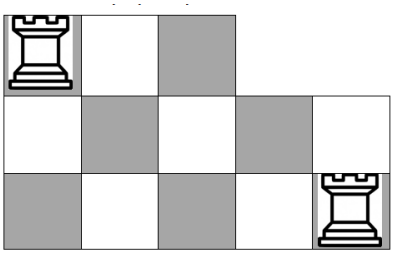
-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos dan una explicación sin atender al movimiento de los alfiles.

> Respuesta tipo: *Los alfiles se mueven rectos y no se encuentran, por lo tanto, no se comen*. 6 alumnos de 24 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no dan una explicación ateniendo a los movimientos de los alfiles, dan una respuesta errónea o incompleta.

> Respuesta tipo: *No porque los alfiles*...En este caso, 8 alumnos de 24 dan una mala argumentación.

Actividad 4



Coloca un alfil de manera que las piezas no se puedan comer entre ellas.

Dibújalo

Dibuja sus movimientos y explica por qué.

Figura 14.

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos colocan y dibujan correctamente el alfil en la casilla que corresponde. Los 24 alumnos resuelven bien esta actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar el alfil en la casilla que corresponde.

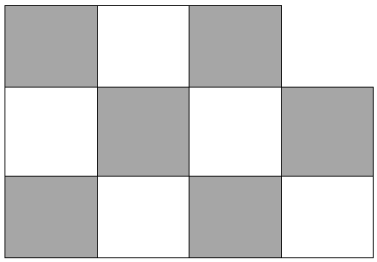
2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación atendiendo al movimiento de las piezas de ajedrez, alfil y torres. Respuestas tipo: *No se puede comer en esa posición porque el alfil se desplaza en diagonal y las torres en horizontal y vertical. De esta manera, tal y como están colocados nunca se encontrarán en la misma casilla y por lo tanto, no se comerán*. Ningún alumno tiene bien esta actividad.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos Si dan una explicación pero confunden los movimientos de las piezas de ajedrez, respuesta tipo: *No se pueden comer porque el alfil mueve en diagonal y las torres en todas las direcciones*. En esta actividad 14 alumnos de 24 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no dan una explicación ateniendo a los movimientos de las piezas (torres y alfil), dan una respuesta errónea o incompleta. Respuesta tipo: *No porque las torres…* En esta actividad 10 alumnos de 24 argumentan mal.

Actividad 5.



Coloca una torre y tres alfiles que no se puedan comer entre ellos. Dibújalos.

Dibuja su movimiento y explica por qué ocurre esto.

Figura 15.

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos colocan y dibujan correctamente las piezas de ajedrez (una torre y tres alfiles) en las casillas correspondientes para que no se coman. 19 alumnos de 24 resuelven bien esta actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar las piezas en la casillas que corresponden para que no se coman. También decimos que la actividad está ST (sin terminar) cuando los alumnos no han terminado la actividad, quedando está incompleta o vacía. 1 alumno de 24 resuelve mal esta actividad mientras que 4 alumnos de 24 no terminan esta actividad.

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación atendiendo al movimiento de las piezas de ajedrez (torre y tres alfiles).

> Respuestas tipo: *No se pueden comer en esa posición porque la torre se mueve en horizontal y vertical y el alfil en diagonal, por lo tanto, de esa manera nunca se van a encontrar*. Ninguno de los alumnos da una buena argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos dan una explicación pero confunden los movimientos de las piezas de ajedrez o solo describen los movimientos de algunas piezas de ajedrez pero no de todas que aparecen en la actividad.

> Respuesta tipo: *No se pueden comer porque el alfil mueve en diagonal*. 9 alumnos de 24 dan una argumentación regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no dan una explicación ateniendo a los movimientos de las piezas (torres y alfil), dan una respuesta errónea o incompleta sin terminar (ST). Respuesta tipo: *porque la torre…* 11 alumnos de 24 argumental mal y 4 no terminan la actividad.

b. Técnicas utilizadas para la resolución de los minijuegos:

En esta primera sesión, los alumnos en la mayoría de los casos, los alumnos realizan los minijuegos utilizando la estrategia del ensayo y error, con las piezas 3D físicas que tienen a su disposición o mediante el dibujo de los movimientos a modo de posibles caminos. Como podemos ver en la figura 16.

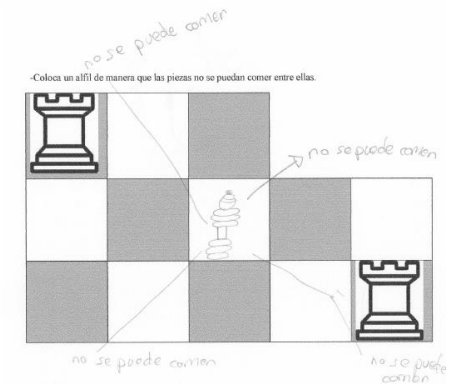


Figura 16. Alumno 1A, Actividad 4

En algunos casos, los alumnos realizan los minijuegos utilizando dibujos en los que representan los datos y la resolución que hacen, esto les ayuda a visualizar mejor y generar nuevas ideas. Como vemos, por ejemplo las figuras 17 y 18.

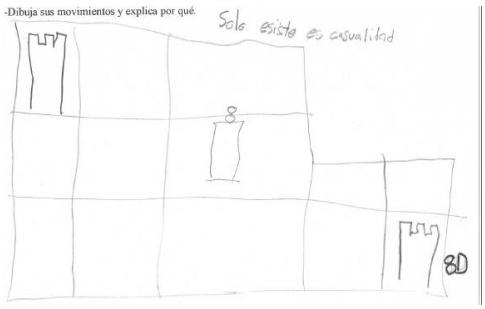


Figura 17, Alumno 8D. Actividad 4

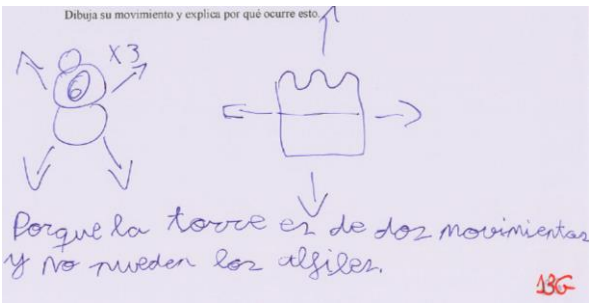


Figura 18. Alumno 13G. Actividad 5.

4. Segunda sesión

En esta sesión no introducimos nueva piezas de ajedrez como el caballo decidiendo dejarlo para sesiones más tarde debido a su complejidad. Utilizamos los primeros quince minutos de 15:15 a 15:30 para presentar lo que íbamos a trabajar. Para ello utilizamos un tablero de ajedrez y la pizarra de tiza en la que dos alumnos dibujaron una torre y un alfil y explicaron como es el movimiento de esas piezas al resto de compañeros que no sabían jugar. Además, les dotamos a los alumnos de vocabulario relacionado con el ajedrez y las matemáticas (piezas de ajedrez, casillas, tablero, desplazamiento, diagonal, horizontal, vertical…) que les pudiera ayudar en su argumentación matemática.

A continuación, les pedí a los alumnos que se agruparan por parejas (mismas parejas que en la sesión anterior). Una vez sentados por parejas, les entregué las cuatros fichas grapadas a los alumnos individualmente para que las fueran completando. Además de las fichas también les entregué piezas de ajedrez (4 alfiles y 4 torres por pareja). Las cuatro fichas van de menor a mayor dificultad:

La ficha número seis es un minitablero con doce casillas con tres piezas de ajedrez; dos torres ya colocadas en el minitablero y un alfil el cual ha de colocar el alumno de manera que las piezas no se coman entre ellas. Después, se ha de dar una explicación a esa resolución y dibujar los movimientos. Tiene una solución válida.

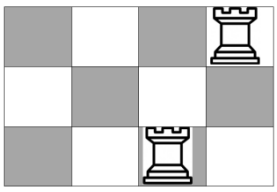


Figura 19. Actividad 1, sesión 2.

La ficha número siete es un minitablero con dieciséis casillas con cuatro piezas de ajedrez: tres alfiles y una torre ya colocadas en el minitablero. El alumno tiene que decir si se comen o no dichas piezas y explicar. Tiene una solución válida.

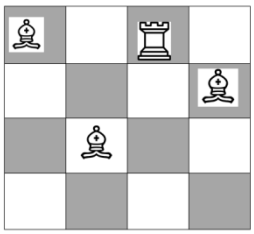


Figura 20. Actividad 2, sesión 2.

La ficha número ocho es un minitablero con dieciséis casillas. Los alumnos tienen que colocar y dibujar tres alfiles y una torre (piezas del ejercicio anterior) de manera que no se coman y explicarlo. Tiene más de una solución.

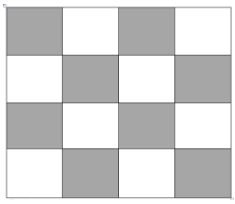


Figura 21. Actividad 3, sesión 2.

La ficha número nueve es un minitablero con veinticinco casillas, con dos torres y un alfil ya colocados. Los alumnos tienen que colocar dos alfiles de manera que las piezas no se coman entre ellas, explicarlo y dibujar su movimiento. Tienen cuatro posibles casillas en las que se pueden colocar los alfiles para dar la solución.

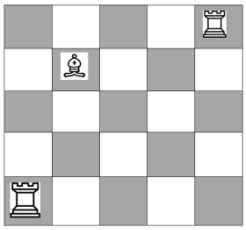


Figura 22. Actividad 4, sesión 2.

Hay niños que lo que resuelven lo hacen mecánicamente y porque conocen los movimientos pero después no saben explicar porque hacen las cosas así como ocurre con el niño 23.

En esta sesión, 23 alumnos de 24 terminan las 4 ficha. La alumna que no termina las fichas se queda en la tercera ficha, coincide que se trata una de las alumnas que no sabían jugar al ajedrez anteriormente.

En cuanto al tiempo de finalización, 13 alumnos terminan entre los 20 y los 30 minutos, 8 alumnos terminan entre los 30 y los 40 minutos y 2 alumnos terminan entre los 40 minutos y más.

GRUPOS	Sabe jugar	Final.	Tiempo	1 R	1 A	2 R	2 A	3 R	3 A	4 R	4 A
A.1	NO	SI	28’	B	B	B	B	M	M	B	B
A.2	NO	SI	28’	B	R	B	R	M	M	B	B
B.3.	SI	SI	23’	B	B	B	B	B	B	B	R
B4	SI	SI	24’	B	B	B	B	R	R	B	R
C.5	SI	SI	27’	B	R	B	R	B	R	B	M
C.6	SI	SI	27’	B	R	B	R	B	M	B	M
D.7	SI	SI	32’	B	M	B	B	B	R	B	B
D.8.	SI	SI	23’	B	R	B	B	B	R	B	R
E.9.	NO	NO	ST	B	M	B	M	ST	ST	ST	ST
E.10.	NO	SI	31’	B	M	B	M	B	B	B	R
F.11.	NO	SI	37’	M	R	B	R	B	B	B	R
F.12.	NO	SI	37’	M	M	B	R	B	R	B	R
G.13.	SI	SI	24’	B	R	B	R	B	R	B	M
G.14.	SI	SI	26’	B	B	B	R	B	R	B	R
H.15.	NO	SI	34’	B	B	B	R	B	M	B	M
H.16.	NO	SI	34’	B	R	R	R	B	R	B	M
I.17.	SI	SI	23’	B	M	B	R	B	R	B	R
I.18.	SI	SI	23’	B	R	B	R	B	R	B	R
J.19.	NO	SI	47’	B	R	B	R	M	M	B	M
J20.	NO	SI	44’	B	M	R	R	M	M	B	M
K.21.	SI	SI	25’	B	R	B	R	B	R	B	M
K.22.	SI	SI	26’	B	B	B	B	B	R	B	R
L.23.	SI	SI	34’	B	R	R	M	B	M	B	M
L.24.	SI	SI	33’	B	R	R	R	B	R	B	R

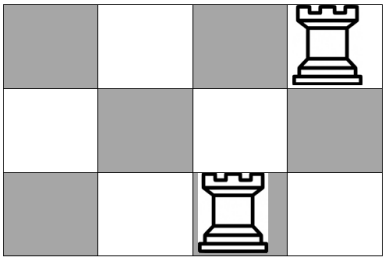
Tabla 8.

R: resolución, A: argumentación, ST: sin terminar.

B: bien, R: regular, M: mal

En esta sesión consideramos que un ejercicio está bien atendiendo a la resolución de dicha actividad y a la argumentación dada en ésta.

Actividad 1:



Coloca un alfil de manera que las piezas no se puedan comer entre ellas. Dibújalo

Figura 23

1. Resolución.

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la resolución de esta actividad, si son capaces de colocar y dibujar el alfil en la casilla adecuada de manera que no se coman dichas piezas. 22 de 24 alumnos tienen bien esta actividad.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la resolución de esta actividad si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar el alfil en la casilla correcta de manera que no coma ni sea comido por las otras piezas. 2 de 24 alumnos resuelven mal esta actividad.

2. Argumentación.

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la argumentación de esta actividad cuando son capaces de relacionar los movimientos de las piezas con que no se coman dichas piezas.

> Respuesta tipo: *"No se comen dichas piezas entre ellas debido a que la torre moverá en horizontal y vertical y el alfil en diagonal, moviendo de esta manera no se comen en las casillas"*.6 de 24 alumnos argumentan bien.

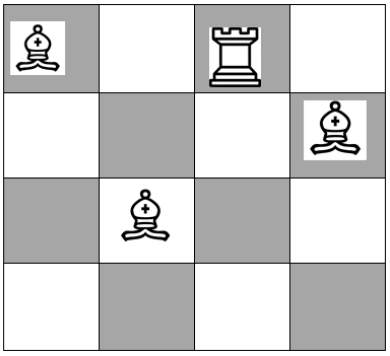
-Consideramos que los alumnos tienen regular (R) la argumentación de esta actividad cuando solo relacionan el movimiento de una de las piezas con que no se coman dichas piezas.

Respuesta tipo: *"No se comen porque el alfil mueve en diagonal y de esta manera no se encontrará con otras piezas (las torres)".* 12 de 14 alumnos argumentan regular.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la argumentación de esta actividad cuando confunden el movimiento de las piezas de ajedrez.

Respuesta tipo: *"No se comen porque el alfil mueve en horizontal y de esta manera no se encontrará con las piezas (las torres)".* 6 de 24 alumnos dan una mala argumentación.

Actividad 2:



¿Se comen unas piezas a otras?
Si/no, porque

Figura 24

1. Resolución:

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la resolución de esta actividad si son capaces de identificar que el alfil come a la torre y la torre al alfil. 20 alumnos de 24 hacen una buena resolución.

-Consideramos que los alumnos tienen regular (R) la resolución de esta actividad si son solo capaces de identificar uno de las dos opciones o bien que el alfil come a la torre o bien que la torre come al alfil. 4 alumnos de 24 resuelven regular.

-Consideramos que los alumnos tiene mal (M) la resolución de esta actividad si no son capaces de identificar ninguna de las opciones nombradas.

2. Argumentación:

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la argumentación de esta actividad si son capaces de dar una explicación de porqué se comen el alfil a la torre y la torre al otro alfil ateniendo a los movimientos de dichas piezas.

Respuesta tipo: *"el alfil como se mueve en diagonal se come a la torre y la torre como se mueve en horizontal y vertical por las casillas del tablero se come al alfil".* 6 alumnos de 24 dan una buena argumentación.

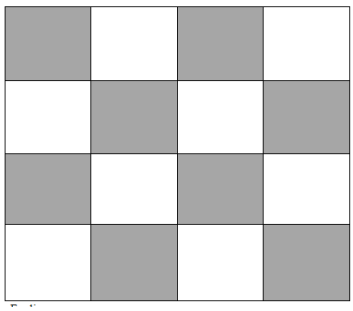
-Consideramos que los alumnos tienen regular (R) la argumentación de esta actividad si no son capaces de describir bien los movimientos

Respuesta tipo: "*Si, el alfil se come a la torre y la torre al alfil".*
O solo atienen a una de las opciones: *"El alfil al mover en diagonal comerá a la torre".* 15 alumnos de 24 argumentan regular.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la argumentación de esta actividad si no son capaces de describir los movimientos de las piezas de ajedrez.

Respuesta tipo: *"Se comen porque la torre al alfil".*3 alumnos de 24 dan una mala argumentación.

Actividad 3:



Coloca las piezas del ejercicio anterior de manera que no se coman entre ellas.
Marca las casillas afectadas
Explica porque

Figura 25

1. Resolución

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la resolución de esta actividad si son capaces colocar las piezas del ejercicio anterior de manera que no sean comidas y marcas las casillas afectadas. 18 alumnos de 24 hacen una buena resolución.

-Consideramos que los alumnos tienen regular (R) la resolución de esta actividad si son capaces de colocar las piezas bien pero se dejan alguna sin colocar. 1 alumno de 24 resuelve regular.

-Consideramos que los alumnos tiene mal (M) la resolución de esta actividad si no son capaces colocar las piezas del ejercicio anterior de manera que no sean comidas y

marcas las casillas afectadas. 4 alumnos de 24 hacen una mala resolución. 1 alumno queda sin terminar esta actividad.

2. **Argumentación**

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la argumentación de esta actividad si son capaces de dar una explicación de porqué las piezas de ajedrez no se comen atendiendo a sus movimientos

> Respuesta tipo: *"porque la torre solo puede ir en horizontal y vertical y el alfil en diagonal y para que se comieran no deberían de mover así ya que no se encuentran en el tablero"*.3 alumnos de 24 dan una buena argumentación.

-Consideramos que los alumnos tienen regular (R) la argumentación de esta actividad si son capaces de dar una explicación de porqué las piezas de ajedrez no se comen ateniendo a los movimientos sólo de algunas de las piezas.

> Respuesta tipo: *"porque cuando el alfil mueve en diagonal no tiene ninguna casilla con otras piezas"*.13 alumnos de 24 argumentan regular.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la argumentación de esta actividad si no son capaces de dar una explicación razonada de porqué las piezas de ajedrez no se comen atendiendo a sus movimientos o si la explicación que dan es errónea debido a una mala resolución.

> Respuesta tipo: "*porque no se comen"*.7 alumnos de 24 dan una mala argumentación. 1 alumno queda sin terminar.

Actividad 4:

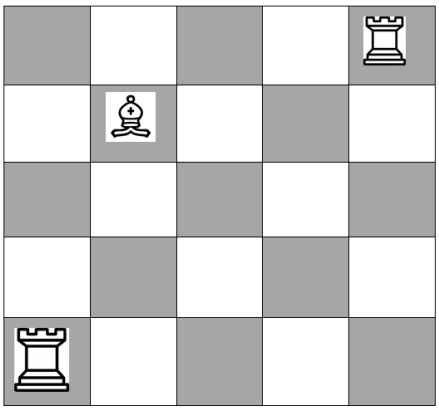


Figura 26

Dónde colocarías dos alfiles de manera que no se comieran las piezas entre ellas.
Dibújalos y marca las casillas.
Explica porqué no se comen

1. Resolución:

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la resolución de esta actividad si colocan los dos alfiles cada uno en una casilla (dentro de las cuatro posibles) de manera que no se coman las piezas que hay en el minitablero entre ellas. 23 alumnos de 24 dan una buena resolución.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la resolución de esta actividad si no son capaces de colocar los dos alfiles en las casillas adecuadas para no comer ni ser comidos por el resto de piezas. 1 alumno queda sin terminar esta actividad.

2. Argumentación:

-Consideramos que los alumnos tienen bien (B) la resolución de esta actividad si son capaces de dar una argumentación de que no se comen las piezas implicadas atendiendo a sus movimientos:

Respuesta tipo: *"Las piezas no se comen debido a que las torres mueve en horizontal y vertical por el tablero y los alfiles en diagonal, de esta manera dichas piezas nunca se encontrarán".* 3 alumnos de 24 dan una buena argumentación.

-Consideramos que los alumnos tienen regular (R) la resolución de esta actividad si son capaces de dar una argumentación de por qué no se comen basándose en solo los movimientos de una de las piezas o dando una respuesta incompleta

Respuesta tipo: *"porque la torre se mueve en horizontal o vertical y el alfil en diagonal" / "porque la torre se mueve horizontal y vertical, de esta manera nunca se comerá a los alfiles*. 11 alumnos de 24 argumentan regular.

-Consideramos que los alumnos tienen mal (M) la resolución de esta actividad si no son capaces de dar una argumentación ateniendo a los movimientos de las piezas de ajedrez.

Respuesta tipo: *"porque están colocados de una manera que no se pueden comer".* 9 alumnos de 24 dan una mala argumentación y un alumno no termina la actividad.

a. Técnicas utilizadas para la resolución de los juegos.

En esta segunda sesión, la mayoría de los alumnos analizan por ensayo y error, para ello utilizan las piezas 3 D físicas o dibujan caminos partiendo de las piezas con sus

direcciones o dibujando a modo de flechas o marcando las casillas afectadas, ver figuras 27 y 28.

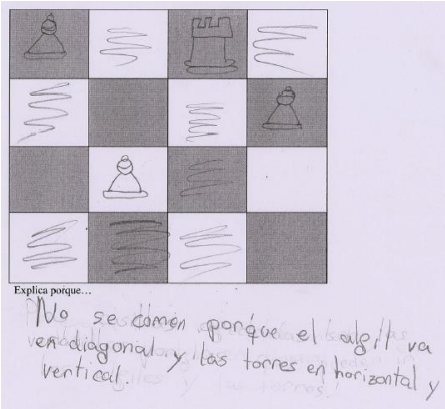


Figura 27, Alumno 1A, actividad 3.

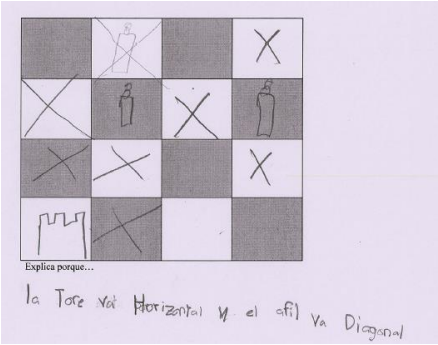


Figura 28, Alumno 8D, actividad 3.

Excepcionalmente, hacen un dibujo que les permita suministrar los datos y la resolución del problema, lo que les ayuda a visualizar y ver posibles manera de solucionarlo. Ver figuras 29 y 30.

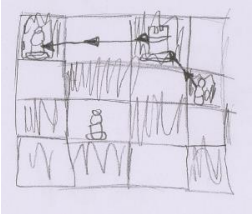


Figura 29, Alumno 9E, actividad 2.

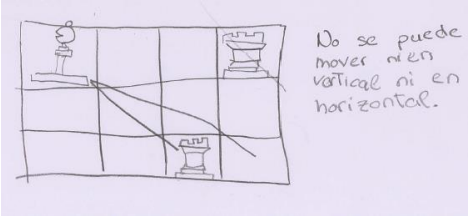


Figura 30, Alumno 11F, actividad 2.

5. Tercera sesión.

En concreto para esta sesión utilicé los primeros quince minutos de 15:15 a 15:30 para presentar lo que íbamos a trabajar. Para ello utilizamos un tablero de ajedrez y la pizarra de tiza en la que dos alumnos dibujaron una torre y un alfil y explicaron como es el movimiento de esas piezas al resto de compañeros que no sabían jugar. En esta sesión incluí una nueva pieza de ajedrez, el caballo y su movimiento en el tablero. El caballo y su movimiento fueron dibujados por un alumno voluntario en la pizarra. Repasamos los conocimientos de vocabulario que habíamos trabajado anteriormente introducir nuevos como: caballo como pieza de ajedrez, desplazamiento/movimiento en “L o 7”.

A continuación, agrupe a los alumnos por las parejas las cuales ya estaban formadas en las sesiones anteriores. Una vez sentados por parejas, les entregué las cuatro fichas grapadas a los alumnos individualmente para que las fueran completando. Además de las fichas también les entregué piezas de ajedrez (4 alfiles ,4 torres y 4 caballos por pareja). Las cuatro fichas van de menor a mayor dificultad:

La ficha número diez es un minitablero con quince casillas; con dos piezas de ajedrez y dos caballos ya colocados en el tablero. El alumno tiene que decir si se comen o no, explicar por qué y dibujar su movimiento. Tiene una única solución.

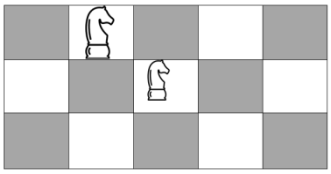


Figura 31. Actividad 1, sesión 3.

La ficha número once es un minitablero con nueve casillas; con tres piezas, un caballo y una torre ya colocados y otro caballo que los alumnos tienen que colocar y dibujar de manera que no se coman las piezas entre ellas. Se tiene que colocar, dibujar y explicar su movimiento. Hay tres posibles soluciones.

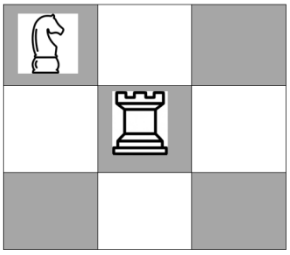


Figura 32. Actividad 2, sesión 3.

La ficha número doce es un minitablero con doce casillas; con cuatro piezas de ajedrez, una torre y un alfil ya colocados y dos caballos que los alumnos tienen que colocar y dibujar para que ninguna de las piezas se coman entre ellas. Hay tres posibles casillas en las que se pueden colocar dichos caballos.

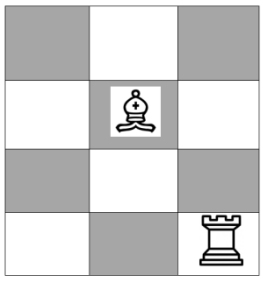


Figura 33. Actividad 3, sesión 3.

La ficha número trece es un minitablero con veinte casillas; con cinco piezas de ajedrez, dos alfiles, dos caballos y una torre que los alumnos tienen que colocar y dibujar de manera que dichas piezas no se coman entre ellas. Tiene más de una posible solución.

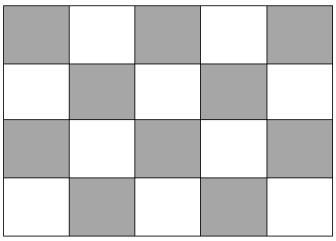


Figura 34. Actividad 4, sesión 3.

GRUPOS	Sabe jugar	Final	Tiempo	1 R	1 A	2 R	2 A	3 R	3 A	4 R	4 A
A.1	NO	SI	28’	B	B	B	R	B	B	B	B
A.2	NO	SI	30’	B	R	B	B	B	B	B	R
B.3.	SI	SI	23’	B	B	B	R	B	B	B	R
B4.	SI	SI	32’	B	B	B	R	B	B	B	B
C.5	SI	SI	26’	B	R	B	R	B	R	B	R
C.6	SI	SI	27’	B	B	B	R	B	R	B	R
D.7	SI	SI	32’	B	B	B	B	B	R	B	B
D.8.	SI	SI	26’	B	B	B	B	B	B	B	B
E.9.	NO	SI	33’	B	B	B	M	B	M	B	M
E.10.	NO	SI	26’	B	R	B	M	B	B	B	M
F.11.	NO	NO	ST	B	B	B	B	B	B	B	M
F.12.	NO	SI	44’	B	M	B	R	B	R	B	R
G.13.	SI	SI	22’	B	M	B	M	B	M	B	M
G.14.	SI	SI	45’	B	B	B	B	B	R	B	M
H.15.	NO	SI	45’	B	M	B	R	B	M	B	M
H.16.	NO	SI	45’	B	B	B	B	B	R	B	M
I.17.	SI	SI	20’	B	R	B	B	B	B	B	R
I.18.	SI	SI	20’	B	R	B	B	B	B	B	R
J.19.	NO	ST	ST	B	B	B	R	B	R	B	B
J20.	NO	AUSENTE									
K.21.	SI	SI	20’	B	M	B	R	B	R	B	B
K.22.	SI	SI	20’	B	M	B	R	B	M	M	M
L.23.	SI	SI	35’	B	R	B	R	B	R	B	M
L.24.	SI	SI	30’	B	B	B	R	B	R	B	R

Tabla 9.

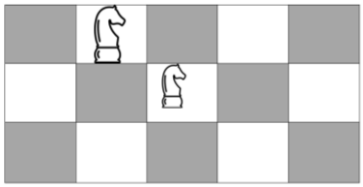
R: resolución, A: argumentación, ST: sin terminar.

B: bien, R: regular, M: mal.

En cuanto al tiempo empleado, una alumna está ausente y dos alumnos no terminan la actividad. 13 alumnos de 23 terminan entre los 20y los 30 minutos, 4 alumnos terminan entre los 30 y los 40 minutos, 4 alumnos terminan entre los 40 minutos y más.

En cuanto a las actividades, en esta sesión consideramos que un ejercicio está bien atendiendo a la resolución de dicha actividad y a la argumentación dada en ésta.

Actividad 1:



¿Se comerán los caballos? Dibuja su movimiento y explica porque sí o porque no.

Figura 35

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de contestar que los caballos no se comerán. Los 23 alumnos dan una buena resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de contestar que los caballo no se comerán o contestan cometiendo error.

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué los caballos no se comerán atendiendo a sus movimientos.

Respuesta tipo: *"Los caballos no se comerán porque como su movimiento es en L no se encontraran en ninguna casilla de este tablero al realizarlo"*. 12 alumnos de 23 dan una buena argumentación.

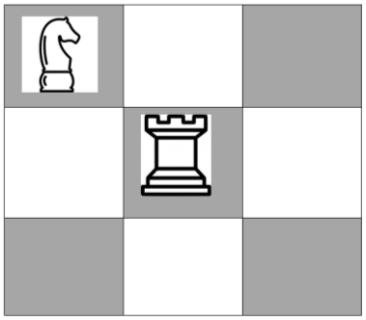
-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué los caballos no se comen atendiendo a sus movimientos.

Respuesta tipo: *"No se comen, el caballo mueve en L"*6 alumnos de 23 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación de porqué los caballos no se comen.

Respuesta tipo: *"Porque no se van a comer"*. 5 alumnos de 23 dan una mala argumentación.

Actividad 2.



Coloca un caballo de manera que no se coman las piezas entre ellas.Explica por qué no se comen. Dibújalo

Figura 36.

1. Resolución:

-Consideramos que la resolución de la actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar el caballo en una de las posibles casillas de manera que no se coman dichas piezas. Los 23 alumnos dan una buena resolución.

-Consideramos que la resolución de la actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar el caballo en una de las posibles casillas de manera que no se coman dichas piezas.

2. Argumentación:

-Consideramos que la argumentación de la actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué dichas piezas no se comen atendiendo a sus movimientos.

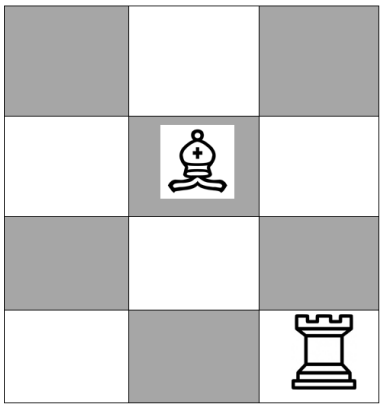
Respuesta tipo: *"Los caballos mueven en L y la torre en horizontal o vertical por el tablero, de manera que siguiendo dichos movimientos las piezas no se comerán"*. 8 alumnos de 23 dan una buena argumentación.

-Consideramos que la argumentación de la actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué dichas piezas no se comen atendiendo a los movimientos de ellas. Puede ser que solo razonen atendiendo a los

movimientos de algina de las piezas, de manera que la explicación no queda completa. Respuesta tipo: *"La torre mueve en horizontal y vertical, de esta manera no comerá a ninguna de las piezas*. 12 alumnos de 23 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de la actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de dar una explicación de porqué dichas piezas no se comen atendiendo a los movimientos de ellas, o si dan una explicación errónea o incompleta. Respuesta tipo: *No se comen porque no pueden comerse*. 3 alumnos de 23 argumentan mal.

Actividad 3.



Coloca dos caballos de manera que no se coman ninguna de las piezas. Dibújalos, dibuja su movimiento y explica por qué no se comen.

Figura 37.

1. Resolución

-Consideramos que la resolución de dicha actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar los caballos en las casillas correspondientes para no ser comidos ni comer a ninguna de las piezas del tablero. Los 23 alumnos presentan una buena resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar los caballos en las casillas correspondientes para no ser comidos ni comer a ninguna de las piezas del tablero.

2. Argumentación

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué no se comen atendiendo a los movimientos de dichas piezas.

Respuesta tipo: *"Los caballos mueven en L, el alfil en diagonal y la torre horizontal y vertical, de esta manera, atendiendo a sus posiciones en el tablero las piezas no se comerán".* 9 alumnos dan una buena argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación de porqué no se comen atendiendo a los movimientos de todas las piezas que aparecen en el tablero.

Respuesta tipo: *"No se comen porque los caballos mueven en L y de esta manera no comen a las otras piezas".* 10 alumnos argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de dar una explicación de porqué no se comen dichas piezas atendiendo a sus movimientos. Respuesta tipo: *"Las piezas no se comen".* 4 alumnos dan una mala argumentación.

Actividad 4.

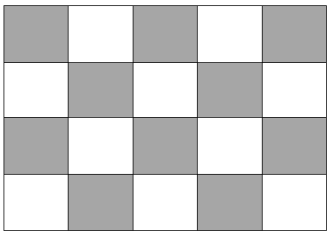


Figura 38.

Coloca dos caballos, dos alfiles y una torre, de manera que no se coman entre ellos. Explica

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar dichas piezas de manera que no se coman entre ellas. 22 alumnos de 23 resuelven bien esta actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar dichas piezas de manera que no se coman entre ellas.1 alumno de 23 resuelve mal esta actividad.

2. Argumentación

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué las piezas no se comen atendiendo a los

movimientos de ellas. Respuesta tipo: *"Las piezas no se comen porque como el alfil mueve en diagonal, los caballos en L y la torre en horizontal o vertical, teniendo en cuenta sus posiciones en el tablero, no se comerán".* 6 alumnos de 23 dan una buena argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación de porqué las piezas no se comen atendiendo a los movimientos de todas ellas. Respuesta tipo: "*Las piezas no se comen porque como el alfil mueve en diagonal, los caballos en L teniendo en cuenta su posición en el tablero no se comerán".* 8 alumnos de 23 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de dar una explicación de porqué las piezas no se comen atendiendo a sus movimientos. Respuesta tipo: *"No se comerán porque no se pueden comer".* 9 alumnos de 23 dan una mala argumentación.

5.2 Técnicas de resolución de los juegos:

En esta sesión, en la mayoría de los casos, los alumnos resuelven los minitableros mediante el ensayo y error utilizando las piezas 3D físicas, también trazando el movimiento de las piezas con el lápiz lo que les ayuda a visualizar. Excepcionalmente, ese trazado aparece con colores. Cuando los alumnos utilizan el ensayo y el error, a la vez, van eliminando casillas por las que pueden pasar ciertas piezas, como por ejemplo las que tienen que colocar según es indicado en el enunciado. Ver figura 39.

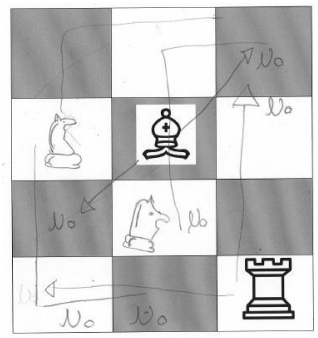


Figura 39. Alumno 1A, actividad 3.

Ocasionalmente los alumnos hacen un dibujo de la resolución, lo que les ayuda a dar una explicación y a visualizar mejor la posibilidad de otras soluciones o lo trabajado, ver figura 40 y 41.

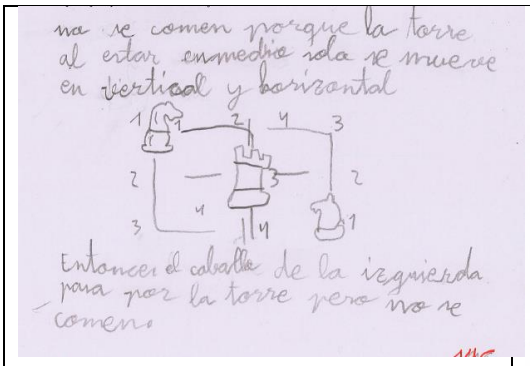


Figura 40. Alumno 14 G, actividad 2.

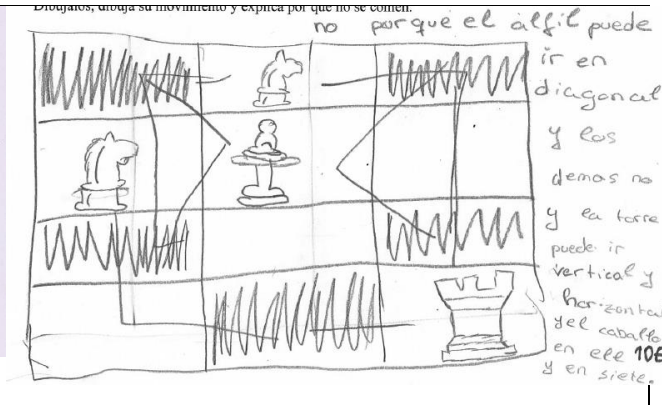


Figura 41. Alumno 10E, actividad 3.

6. Cuarta sesión.

En concreto para esta sesión utilicé los primeros quince minutos de 15:15 a 15:30 para presentar lo que íbamos a trabajar. Para ello utilice un tablero de ajedrez y la pizarra de tiza en la que dibujé una torre, un alfil, y un caballo que fueron dibujados por los alumnos mismos (dos voluntarios) y recordaron al resto de compañeros como es el movimiento de esas piezas. Repasamos los conocimientos de vocabulario que habíamos trabajado anteriormente.

A continuación, agrupe a los alumnos por las parejas que ya estaban formadas en las sesiones anteriores. Una vez sentados por parejas, les entregué las cinco fichas grapadas a los alumnos individualmente para que las fueran completando. Además de las fichas también les entregué piezas de ajedrez (4 alfiles ,4 torres y 4 caballos por pareja).

En la ficha número 18 se trabaja el "problem-solving", los alumnos crean enunciado y dan solución. Las seis fichas van de menor a mayor dificultad:

La ficha número catorce es un minitablero con diecisiete casillas en las que hay una torre, dos caballos y un alfil ya colocados. Se tiene que colocar otro caballo más, de manera que, sea comido por el alfil y se coma a la torre. Tiene una solución.

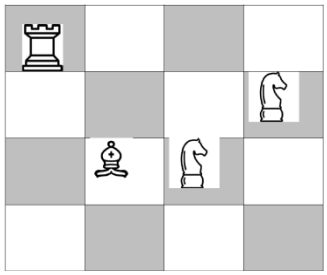


Figura 42. Actividad 1, sesión 4.

La ficha número quince es un minitablero con veinticinco casillas ya colocadas y los alumnos tienen que colocar todos los caballos posibles que coman a la torre del centro y no sean comidos. En un segundo paso, un alfil que coma a las dos torres. Más de una solución.

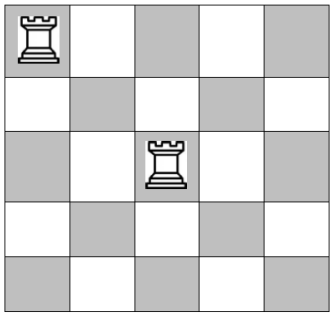


Figura 43. Actividad 2, sesión 4.

La ficha número dieciséis es un minitablero con doce casillas. Se tienen que colocar una torre, un alfil y dos caballos de manera que no se coman entre ellos. Los alumnos tienen que dar tres soluciones y por eso se les facilitan 3 minitableros.

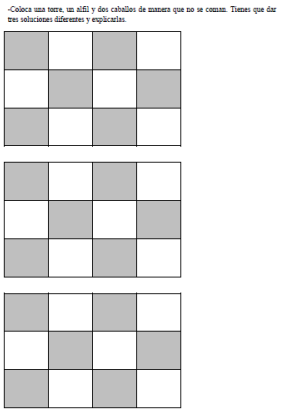


Figura 44. Actividad 3, sesión 4.

La ficha número diecisiete es un minitablero con doce casillas en las que no hay piezas colocadas. Se tienen que colocar un caballo, un alfil y una torre, de manera que, la torre coma al caballo, el alfil sea comido por la torre, y el alfil coma al caballo. Hay varias opciones como solución.

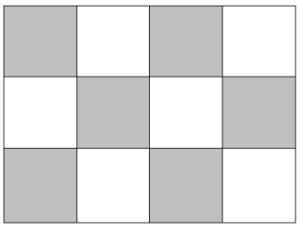


Figura 45. Actividad 4, sesión 4.

La ficha número dieciocho es un minitablero con veinte casillas. Los alumnos tienen que, utilizando al menos, un alfil, un caballo y una torre, crear el enunciado y resolverlo. La solución depende del enunciado creado.

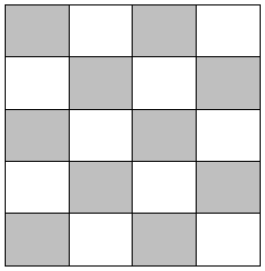


Figura 46. Actividad 5, sesión 4.

GRUPOS	Sabe jugar	Final.	Tiempo	1 R	1 A	2 R	2 A	3 R	3 A	4 R	4 A	5 R	5 A
A.1	NO	SI	53’	B	R	B	B	B	B	M	M	B	B
A.2	NO	SI	54’	B	B	B	B	M	B	B	B	B	B
B.3.	SI	SI	45’	B	B	B	B	B	B	B	R	B	B
B4.	SI	SI	45’	B	B	B	B	B	B	B	R	B	B
C.5	SI	SI	41’	B	R	B	R	B	R	B	B	B	B
C.6	SI	SI	47’	B	B	B	R	B	R	M	M	B	B
D.7	SI	SI	40’	B	B	B	R	B	R	B	B	B	B
D.8.	SI	SI	53’	B	M	B	M	B	R	B	B	B	B
E.9	NO	AUSE NTE											
E.10.	NO	SI	55’	B	R	B	M	B	B	B	B	B	B
F.11.	NO	NO		B	R	M	M	-	-	-	-	-	-
F.12.	NO	NO		B	R	B	B	-	-	-	-	-	-
G.13.	SI	SI	52’	B	R	R	R	M	M	B	M	B	R
G.14	SI			B	R	B	R	M	M	B	R	B	R
H.15.	NO	SI	55’	B	R	B	R	B	B	M	M	M	M
H.16.	NO	SI	53’	B	M	B	R	M	M	M	M	B	R
I.17.	SI	SI	50’	B	B	B	R	M	M	B	M	B	B
I.18.	SI	SI	46’	B	B	B	B	B	B	B	R	B	R
J.19.	NO	NO		B	B	B	B	-	-	-	-	-	-
J20.	NO	NO		B	B	B	B	-	-	-	-	-	-
K.21.	SI	AUSE NTE											
K.22.	SI	NO		B	B	B	B	-	-	-	-	-	-
L.23.	SI	NO		B	M	B	B	-	-	-	-	-	-
L.24.	SI	NO		B	B	B	B	M	-	-	-	-	-

Tabla 10.

R: Resolución, A: Argumentación, ST: Sin terminar.

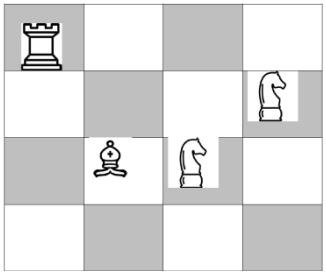
B: bien, R: regular, M: mal.

En esta sesión dos alumnos están ausentes. Siete alumnos no terminan las actividades propuestas en las fichas.

En cuanto al tiempo de resolución, los 15 alumnos que terminan la sesión lo hacen siguiendo los siguientes tiempos, a partir de los 40 minutos, superando muchas veces el tiempo límite.

En cuanto a las actividades, en esta sesión consideramos que un ejercicio está bien atendiendo a la resolución de dicha actividad y a la argumentación dada en ésta.

Actividad 1.



-¿Se comen entre ellas las siguientes piezas? Si/no porque… -Coloca otro caballo más que sea comido por el alfil y que coma a la torre y justifica como has encontrado esa casilla.

Figura 47

1- Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de contestar que las piezas si se comerán y de colocar y dibujar otro caballo cumpliendo las características que se dice en el enunciado.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son de contestar si o no o no colocan y dibujan el caballo en la casilla correspondiente. Esta actividad la han resuelto bien (B) los 22 alumnos que realizaron la sesión.

2.Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué las piezas se comen atendiendo a sus movimientos y de porqué colocan ahí el caballo. Respuestas tipos: *"Si, el caballo come al alfil moviendo en L. El caballo mueve en L y se come a la torre y el alfil mueve en diagonal y se come al caballo"*11 alumnos de los 22 que participan en la sesión argumentan bien esta actividad.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué las piezas se comen atendiendo a sus movimientos y de la colocación del caballo, ya sea porque solo hablan de algunas de las piezas o no son específicos.

Respuesta tipo: *"Un caballo, se come al alfil. Se encuentra siguiendo el movimiento del caballo"* 8 alumnos de los 22 que participan en la sesión argumentan regular esta actividad.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación de porqué las piezas se comen y de la ubicación del caballo en la casilla en la que lo colocan.

Respuesta tipo: *"Sí, porque el caballo tiene al alfil para comérselo. Viendo que así le comía el alfil al caballo"*. 3 alumnos de los 22 que participan en la sesión argumentan mal esta actividad.

Actividad 2.

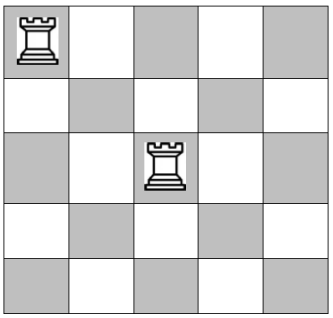


Figura 48.

1. Resolución.

1.Coloca un caballo para que coma a la torre del centro y no sea comido. Busca todas las soluciones posibles.

2.Coloca a un alfil para que pueda comer a las dos torres y no sea comido por ellos

1.Explica por qué las has colocado ahí

2. Explica por qué lo has colocado ahí.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar y dibujar los cuatro caballos posibles y el alfil en las casillas correspondientes. 20 de 22 alumnos resuelven bien esta actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar todas las piezas requeridas en ambos cuestiones. Un alumno de 22 en la pregunta uno solo coloca uno de los cuatro caballos. Ver figura 49

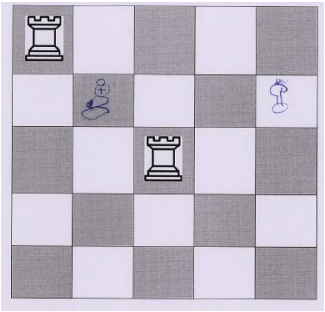


Figura 49. Alumno 13G

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar las piezas requeridas en ambas cuestiones o coloca y dibuja piezas mal. Es el caso de una alumna, ver figura 50.

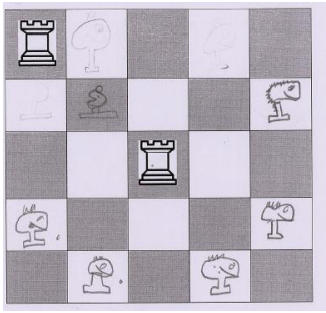


Figura 50.Alumna 11F

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué han colocado ahí dichas piezas atendiendo a los movimientos de las piezas y a los dos enunciados.

Respuesta tipo: *"el caballo va en L y se comen a la torre. El alfil mueve en diagonal y se come a las torres"* 11 alumnos de 22 dan una buena argumentación

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación del todo clara de porqué han colocado las piezas en esas casillas atendiendo a sus movimientos y los tres minitableros.

Respuesta tipo: *"No se pueden comer porque la torre va en horizontal y vertical, los caballos mueven en L y el alfil en diagonal. No se pueden comer, y estos son los movimientos (dibujo). No se puede comer, esos son los movimientos*. 4 alumnos de 22 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación o la dan con errores de porqué colocan ahí las piezas atendiendo a sus movimientos y a los tres minitableros.

Respuesta tipo: *"porque no se pueden comer"*.3 alumnos de 22 dan una mala argumentación.

Actividad 3.

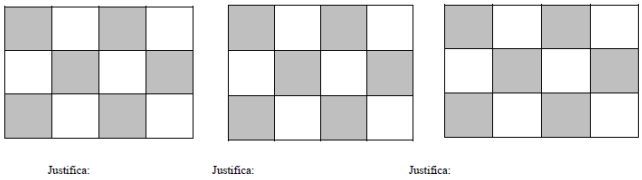


Figura 51.

Coloca una torre, dos caballos y un alfil de manera que no se coman entre ellos. Tienes que dar tres soluciones diferentes y justificar como has llegado a esa solución.

1. Resolución

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar y dibujar las piezas (una torre, dos caballos y un alfil) de manera que no se coman entre ellas (las tres veces requeridas). 10 alumnos de 22 resuelven bien esta actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar todas las piezas requeridas en los tres minitableros. 6 alumnos de 22 resuelven mal esta actividad y 6 alumnos no llegan a resolver esta actividad.

2. Argumentación

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué han colocado ahí dichas piezas (una torre, dos caballos y un alfil) atendiendo a los movimientos de las piezas para que las ella no se coman, como es indicado en el enunciado.

Respuesta tipo: *"el alfil mueve en diagonal, la torre en horizontal y vertical y los caballos en L, de esta manera no se comen"* Es necesario soporte visual.7 alumnos de 22 dan una buena argumentación

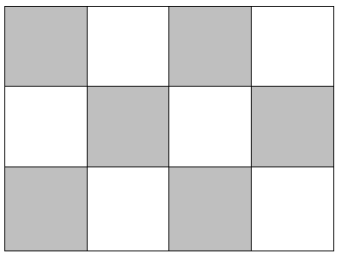
-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué han colocado las piezas en esas casillas atendiendo a sus movimientos y teniendo en cuenta los tres minitableros.

Respuesta tipo: *"Porque el caballo puede comer a la torre y el alfil, al estar en medio de las torres, se puede comer a las torres".* 4 alumnos de 22 argumentan regular.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación de porqué colocan ahí las piezas atendiendo a sus movimientos para que se coman o dan una explicación que no se corresponde con su resolución ya que ésta está mal.

Respuesta tipo: *"la torre mueve en diagonal y no se come a ninguno".*4 alumnos de 22 dan una mala argumentación y 7 alumnos no llegan a realizar esta actividad.

Actividad 4.



Coloca un caballo, un alfil y una torre de manera que: la torre sea comida por el caballo, el alfil sea comido por la torre y el alfil coma al caballo.Justifica por qué los has colocado ahí.

Figura 52.

1. Resolución:

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar y dibujar las piezas (un caballo, un alfil y una torre) de manera que cumplan las características indicadas en el enunciado. 11 alumnos de 22 realizan bien dicha actividad.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar las piezas (un caballo, un alfil y una torre) de manera que cumplan las características indicadas en el enunciado. 4 alumnos de 22 resuelven mal esta actividad y 7 alumnos no realizan la actividad.

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué han colocado ahí dichas piezas (un caballo, un alfil y una torre) atendiendo a los movimientos de las piezas y a las indicaciones del enunciado.

Respuesta tipo: *"el alfil mueve en diagonal, la torre en horizontal y vertical y los caballos en L, de esta manera no se comen"* 5 alumnos de 22 dan una buena argumentación.

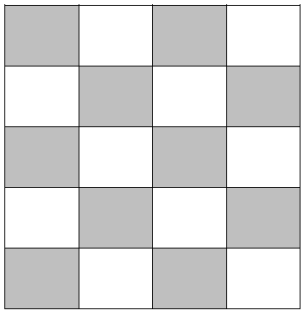
-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué han colocado las piezas en esas casillas atendiendo a sus movimientos y las indicaciones del enunciado.

Respuesta tipo: *"el caballo mueve en ele y come a la torre, la torre al alfil y el alfil al caballo"*. 4 alumnos de 22 argumentan regular

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación de porqué colocan ahí las piezas atendiendo a sus movimientos e indicaciones del encunado o dan una explicación que no se corresponde con su resolución ya que ésta está mal. 6 alumnos de 22dan una mala argumentación y 7 alumnos de 22 no la realizan.

Respuesta tipo: *"Porque es en el único sitio en el que se comen"*.

Actividad 5.



Crea un ejercicio con al menos un caballo, un alfil y una torre.
Inventa y escribe el enunciado y resuélvelo justificando.

Figura 53.

En este caso, depende del enunciado y solución que ellos han elegido.

Respecto a los resultados, 7 alumnos de 22 no realizan la actividad, 14 alumnos de 22 realizan bien la actividad y 1 alumno de 22 realiza mal la actividad.

6.1. Técnicas de resolución de problemas:

En cuanto a la resolución de los minitableros en esta sesión, la mayoría de los alumnos continúan utilizando las técnicas de ensayo y error ya que utilizan las piezas 3D físicas para completar las fichas o porque dibujan con el lapicero el movimiento de algunas piezas de ajedrez, lo que también les ayuda a visualizarlo mejor. El dibujar con el lapicero los movimientos de cada pieza encima del tablero también ayuda a eliminar posibles sitios por los que no pueden colocar otras piezas si no deben de ser comidas o donde sí que deben de colocarlas para que sean comidas, es decir, es una técnica más que les ayuda.

Ocasionalmente dibujan las piezas de ajedrez y sus movimientos en algunos de los casos, para ayudarse a explicar y a visualizar que de verdad esas piezas mueven de esa determinada manera.

También podemos ver como excepcionalmente los alumnos intentan simplificar el problema en otros más sencillos, de manera que, trabajen las partes pudiendo llegar a dar una numeración a los diferentes pasos que utilizan o a las piezas de ajedrez que aparecen en el minitablero del juego.

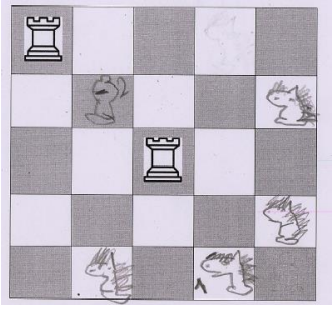


Figura 54. Actividad 2

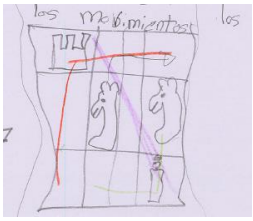


Figura 55. Actividad 3

7. Quinta sesión

En concreto para esta sesión utilicé la primera parte de la clase, de 15:15 a 15:40 para presentar lo que íbamos a trabajar. Para ello utilice un tablero de ajedrez y la pizarra de tiza en la que tres alumnos que salieron voluntariamente explicaron como es el movimiento de las piezas de ajedrez ya trabajadas (torre, alfil y caballo) al resto de

compañeros a modo de recordatorio. Después recordamos el vocabulario relacionado con el ajedrez: tablero, casillas, piezas de ajedrez, diagonal, horizontal, vertical…

Una vez finalizado ese repaso, utilicé la pizarra digital en la que proyecte este minitablero (5x4) (veáse figura 56) con el siguiente enunciado: *"Coloca una torre, dos alfiles y un caballo de manera que no se coman entre ellos"*.

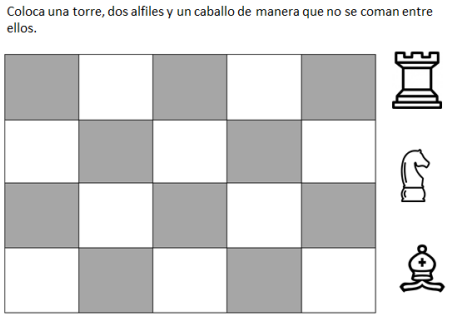


Figura 56

Los alumnos tuvieron que pensar en cómo lo resolverían, trabajamos como grupo-clase y algún salió uno de los alumnos voluntario para dar una solución.

Todos los alumnos podían visualizar la pizarra digital y los alumnos que salieron voluntariamente escribían sobre el minitablero de ajedrez.

Después, una vez dada la solución, les pedí que me argumentaran/justificarán el porqué de colocar dichas piezas en ese sitio. Entre todos construimos una argumentación, que fui escribiendo a la vez en la pizarra digital, del tipo:

Si pongo la torre en la casilla de arriba a la izquierda toda su fila y toda su columna quedarán amenazadas por ella debido a que mueve en horizontal y vertical, por lo tanto, no podré poner más piezas para que no sean comidas por ella.

Si pongo un alfil en la cuarta fila-cuarta columna y otro en la tercera fila-tercera columna no se comerán entre ellos porque se desplazan por el tablero en diagonal, por lo tanto, las casillas que aparecen en sus diagonales están amenazadas. Tampoco son comidos por la torre porque no están en las filas ni columnas amenazadas por ella.

Si pongo el caballo en la cuarta fila-segunda columna no ocupa ninguna de las casillas amenazadas por las otras piezas (torre y alfil) ni se comerá a las demás piezas que amenaza con su movimiento en L.

Este ejercicio lo hicimos juntos para ayudarles a mejorar en la argumentación.

A continuación, agrupe a los alumnos por las parejas las cuales ya estaban formadas en las sesiones anteriores. Una vez sentados por parejas, les entregué las cinco fichas grapadas a los alumnos individualmente para que las fueran completando. Además de las fichas también les entregué piezas de ajedrez (4 alfiles ,4 torres y 4 caballos por pareja). En esta sesión se trabaja la argumentación, el "backtracking" en las fichas número veinte y veintiuno y el "problem solving" en las fichas número veintidós y veintitrés. Las cinco fichas van de menor a mayor dificultad:

La ficha número diecinueve es un minitablero con trece casillas y los alumnos tienen que colocar y dibujar una torre, un alfil y dos caballos, de manera que no se coman dichas piezas entre ellas. Tiene varias soluciones posibles. Además, tienen que justificar porqué se colocan las piezas ahí y no se comen estas.

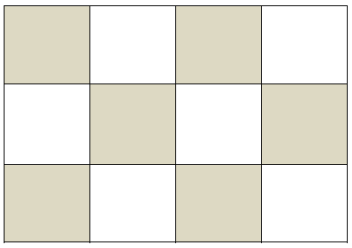


Figura 57. Actividad 1, sesión 5

La ficha número veinte es un minitablero con doce casillas y un círculo dentro del cual tienen una torre, un caballo y un alfil. Los alumnos tienen que elegir la pieza que quieran y colocarla donde quieran. Después, tienen que elegir otra y colocarla donde quieran de manera que no sea comida por la primera. Después tienen que decir el número de posibles sitios en los que puede ir la tercera pieza para no ser comida ni comer a las demás piezas. También, tienen que hacer una justificación de como lo han resuelto.

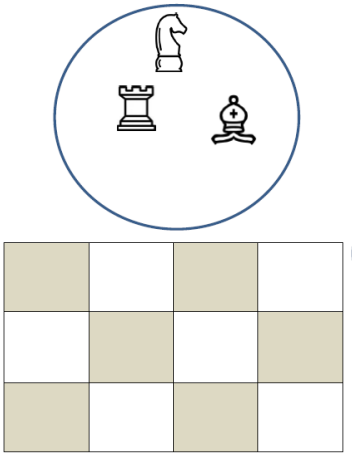


Figura 58. Actividad 2, sesión 5.

La ficha número veintiuno es una continuación del anterior, con el mismo minitablero, los alumnos tienen que colocar la primera pieza que ellos han elegido en el ejercicio anterior en el mismo lugar, después cambiar de lugar la segunda de manera que no coma ni sea comida. Por último, tienen que decir las posibles casillas en las que se puede colocar la última pieza de manera que no coma ni sea comida a las otras piezas.También, deben de dar una justificación de como lo han resuelto.

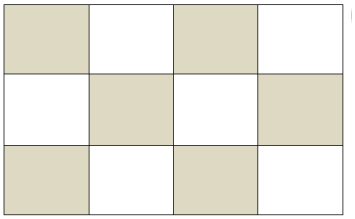


Figura 59. Actividad 3, sesión 5.

La ficha número veintidós es un minitablero con doce casillas, los alumnos tienen que inventar un enunciado teniendo una torre, dos alfiles y un caballo como piezas en el enunciado. Después tienen que resolverlo y explicar.

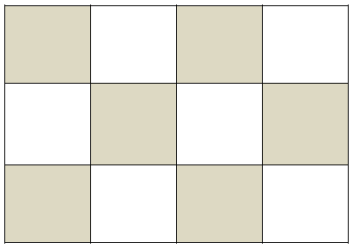


Figura 60. Actividad 4, sesión 5.

La ficha número veintitrés está relacionada con la anterior al ser el mismo minitablero y el enunciado el enunciado que la pareja que haya puesto a cada uno de sus compañeros.

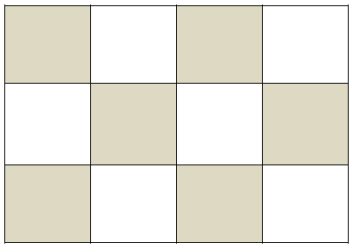


Figura 61. Actividad 5, sesión 5.

20 alumnos realizan la actividad. En cuanto al tiempo requerido para la actividad, 3 alumnos no terminan la actividad. El resto ningún alumno termina entre los 20y 30. 14 alumnos terminan entre los 30 y 40 minutos. Tres alumnos terminan entre los 40 y más minutos.

En cuanto a las actividades, en esta sesión consideramos que un ejercicio está bien atendiendo a la resolución de dicha actividad y a la argumentación dada en ésta.

GRUPOS	Sabe jugar	Final.	Tiempo	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A
A.1	No	Si	35’	M	M	B	B	M	M	B	B	M	M
A.2	No	SI	34’	M	M	M	M	B	R	B	B	B	M
B.3.	SI	SI	30’	B	B	B	B	M	R	B	M	B	M
B4.	SI	SI	30’	B	B	B	B	M	R	B	B	B	M
C.5	SI	-	Ausente										
C.6	SI	SI	40’’	B	B	M	M	B	M	M	M	M	M
D.7.	SI	SI	35’’	B	B	M	M	B	B	B	M	M	M
D.8.	SI	SI	30’	B	B	B	M	M	M	M	M	M	M
E.9.	NO	ST	-	B	B	M	M	-	-	B	B	-	-
E.10.	NO	ST	-	B	B	B	B	B	B	B	M	-	-
F.11.	NO	-	Ausente										
F.12.	NO	SI	31’	B	B	B	M	B	B	B	M	B	M
G.13.	SI	SI	30’	M	M	M	M	M	M	B	R	B	R
G.14.	SI	SI	33’	B	B	M	M	M	M	B	R	B	M
H.15.	NO	-	Ausente										
H.16.	NO	ST	ST	B	B	M	M	B	R	M	M	-	-
I.17.	SI	SI	31’	B	B	B	M	M	M	B	B	B	B
I.18.	SI	SI	32’	B	B	B	R	M	M	B	B	B	B
J.19.	NO	NO	40’	B	B	M	M	M	M	B	M	B	B
J20.	NO	NO	40’	B	B	B	R	M	M	B	M	B	B
K.21.	SI	SI	32’	B	B	M	M	M	M	B	B	B	R
K.22.	SI	SI	30’	B	B	B	R	B	R	B	B	M	M
L.23.	SI	-	Ausente										
L.24.	SI	SI	35’	B	B	B	R	M	M	B	M	B	M

Tabla 11.

R: Resolución, A: Argumentación, ST: Sin terminar.

B: bien, R: regular, M: mal.

Actividad 1.

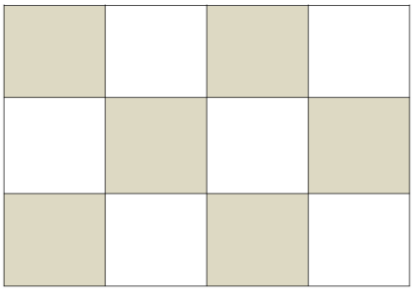


Figura 62.

Coloca una torre, un alfil y dos caballos, de manera que no se coman las piezas entre ellas. Justifica porque no se comen dichas piezas y porqué las colocas en esas casillas.

1. Resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar y dibujar las piezas (una torre, un alfil y dos caballos) de manera que no se coman. 17 alumnos de 20 hacen una buena resolución.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar las piezas (una torre, un alfil y dos caballos) de manera que no se coman. 3 alumnos de 20 hacen una mala resolución.

2. Argumentación.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué las piezas no se comen y tener en cuenta sus movimientos.

Respuesta tipo: *"La torre se desplaza en horizontal y vertical, el caballo en L y el alfil en diagonal, teniendo en cuenta estos movimientos y como están colocados en el tablero, las piezas no se comen*. 17 de 20 alumnos son capaces de dar una buena argumentación en esta actividad.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación de porqué las piezas no se comen y tener en cuenta sus movimientos.

Respuesta tipo: *"Los he puesto así porque no se comen"*. 3 alumnos de 20 dan una mala argumentación en esta actividad.

Actividad 2 y 3.

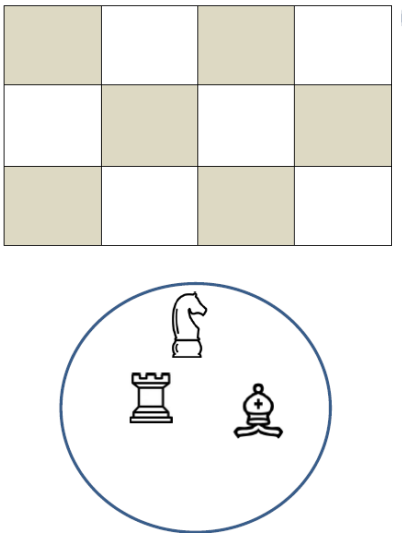


Figura 63

1.Coloca la primera pieza en la casilla que elijas (puedes elegir que pieza es la primera).

2.Coloca la segunda pieza sin ser comida ni que coma a la primera (puedes elegir que pieza es la segunda).

3.¿En cuántos sitios puede ir la tercera para no ser comida ni que coma a las demás?

Justifica como has hecho el ejercicio.

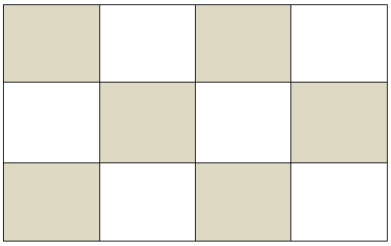


Figura 64.

1.Coloca la primera pieza en la misma posición que en el ejercicio anterior.

2.Coloca la segunda pieza elegida anteriormente pero en otro sitio diferente sin ser comida ni comer a la primera pieza.

3.¿En cuántas casillas puede colocarse la tercera pieza para no ser comida ni que coma? Justifica como has resuelto el ejercicio.

1. Resolución

-Consideramos que la resolución de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de colocar y dibujar las piezas indicadas en el enunciado de manera que no se coman. 11 alumnos de 20 hacen una buena resolución en la actividad 2. 7 alumnos de 20 hacen una buena resolución en la actividad 3.

-Consideramos que la resolución de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces de colocar y dibujar las piezas indicadas en el enunciado de manera que no se coman. 9 alumnos de 20 hacen una mala resolución en la actividad 2. 12 alumnos de 20 hacen una mala resolución en la actividad 3. 1 alumno de 20 no resuelve la actividad 3.

2. Argumentación

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está bien (B) si los alumnos son capaces de dar una explicación de porqué han realizado así el ejercicio y no se comen las piezas teniendo en cuenta sus movimientos.

Respuesta tipo: *"Primero pongo la torre que mueve en horizontal y vertical, después el alfil que se desplaza en diagonal y puedo poner dos caballos más para que ninguna de las piezas se coma, ya que su movimiento es en L"* 4 alumnos de los 20 que participan en la sesión argumentan bien en la actividad 2. 3 alumnos de 20 argumentan bien la actividad 3.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está regular (R) si los alumnos no son capaces de dar una explicación clara de porqué han colocado así dichas piezas y por qué no se comen, teniendo en cuenta sus movimientos.

Respuesta tipo: *"Primero pongo a la torre, después pongo al alfil porque no se come al moverse en diagonal a la torre y después a los caballos porque no comen ninguna pieza"*. 4 alumnos de 20 argumentan regular en la actividad 2. 5 alumnos de 20 argumentan regular en la actividad 3.

-Consideramos que la argumentación de esta actividad está mal (M) si los alumnos no son capaces dar una explicación de porqué han realizado así la actividad y las piezas no se comen.

Respuesta tipo: *"Los he colocado en este orden torre, alfil y caballo y no se comen"*. 12 alumnos de 20 argumentan mal en la actividad 2. 11 alumnos de 20 dan una mala argumentación 1 alumno no responde, no lo hace.

Actividad 4 y 5.

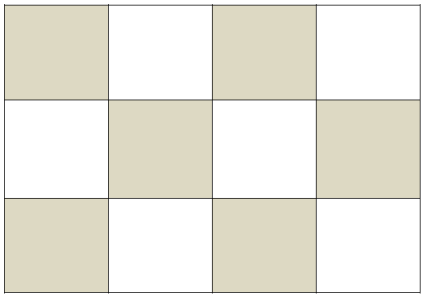
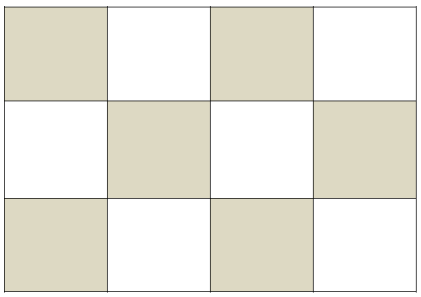


Figura 65

Inventa un ejercicio
Escribe el enunciado, resuélvelo y explica porque lo resuelves de esa manera.



Vuelve a escribir el enunciado del ejercicio anterior para que lo pueda resolver tu compañero.
Resuelve el ejercicio y explica porque colocas las piezas en esas casillas

Figura 66

Estas dos últimas actividades dependen de los alumnos y las parejas

En cuanto a la cuarta actividad:

Resolución. Consideramos que los alumnos hacen una buena o mala resolución teniendo en cuenta el enunciado que cada uno crea. En la actividad 4, hay 3 alumnos de 20 que hacen una mala resolución y 17 alumnos hacen una buena resolución. En la actividad 5, 12 alumnos de 20 dan una buena resolución., 5 alumnos dan una mala resolución y 3 alumnos no resuelven esta actividad.

Argumentación. Consideramos que los alumnos hacen una buena, regular o mala argumentación dependiendo del enunciado que ellos mismos crean, teniendo en cuenta la resolución y el movimiento de las piezas de ajedrez utilizadas. En la actividad 4, 8 alumnos de 20 dan una buena argumentación, 10 alumnos dan una mala argumentación y 2 alumnos argumentan regular. En cuanto a la quinta actividad, 11 alumnos de 20 dan una mala argumentación, 2 alumnos argumentan regular, 4 alumnos dan una buena argumentación y 3 alumnos no lo realizan.

Los niños organizan mejor las ideas cuando les explican o dan un ejemplo como argumentar. En este caso hemos decidido hacer ese ejemplo como constructivo pero podemos ver un cambio significativo en cuanto a los resultados en la argumentación.

7.1. Técnicas de resolución de juegos.

En cuanto a la resolución de los minitableros en esta sesión, la mayoría de los alumnos continúan utilizando las técnicas de ensayo y error ya que utilizan las piezas 3D físicas para completar las fichas, también lo podemos observar leyendo algunas de las argumentaciones “si pongo…”, véase figura 67.

Excepcionalmente, dibujan con el lapicero el movimiento de algunas piezas de ajedrez, lo que también les ayuda a visualizarlo mejor. El dibujar con el lapicero los movimientos de cada pieza encima del tablero también ayuda a eliminar posibles sitios por los que no pueden colocar otras piezas si no deben de ser comidas o donde sí que deben de colocarlas para que sean comidas, es decir, es una técnica más que les ayuda.

También podemos ver como en algunos alumnos comienzan estrategias en las que asignan números a las casillas de los minitableros lo que les ayuda a organizarse mejor, organizar su pensamiento y de esta manera, dar una justificación más ordenada y organizada, ver figura 68. En algún caso aparece la descomposición del problema en partes más sencillas para visualizar mejor los datos y poder resolver, son casos en los que los enunciados son extensos y con varias exigencias, ver figura 69.

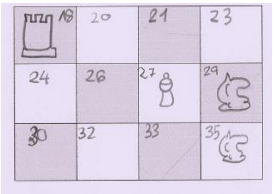


Figura 67, alumno 1ª

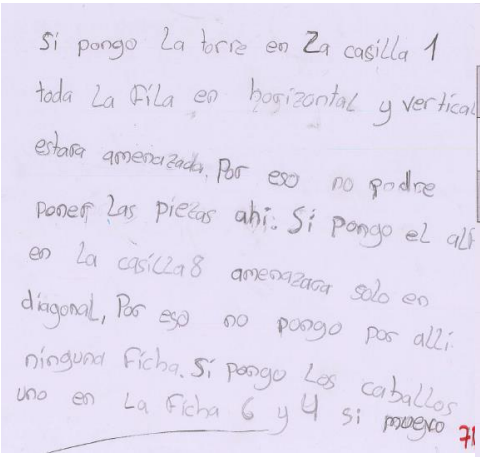


Figura 68, alumno 7D

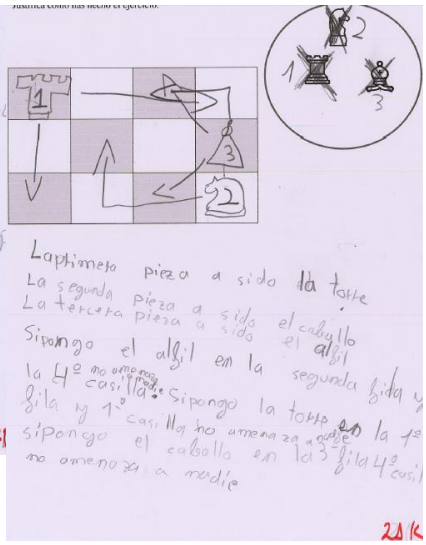
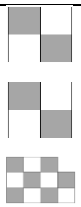
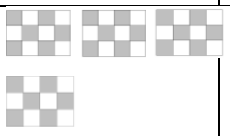
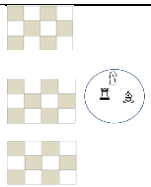
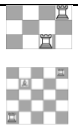
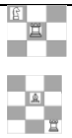
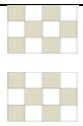


Figura 69, alumno 21K

8. Variables que aumentan la dificultad.

A lo largo de las sesiones aumenta la dificultad porque en las primeras sesiones se les pide a los alumnos que den una explicación de la resolución de los juegos y al final de estas se les pide que den una justificación. También, observamos que va aumentando progresivamente la dificultad porque comenzamos con sólo dos piezas la torre y el alfil en las primeras sesiones, y en la tercera sesión incluimos una tercera pieza, el caballo. Es a partir de entonces cuando se aumenta la dificultad y se combinan las tres piezas a lo largo de toda la secuencia.

TIPO	S. 1	S. 2	S. 3	S. 4	S. 5
A					-
B					
C					
D	-	-	-		
Dificultad	Casillas. Piezas, Solución.	Casillas Piezas Enunciados Argumenta-ción	Piezas.	Enunciado Justificación	Enunciado

S: Sesión

Tabla 12

Como podemos observar en la tabla, las variables que gradúan la dificultad a lo largo de esta sesión son: el número de casillas, el número de piezas y la variedad de estas, el número de soluciones pedido y el número de soluciones posible, exigencia de los enunciados y exigencia de la argumentación.

En la primera sesión:

El número de casillas aumenta de 4 a 13 casillas, lo que incrementa la dificultad.

En cuanto al número de piezas, comienza con 2 torres y va aumentando hasta terminar con 4 piezas combinando alfiles y torres, lo que aumenta la dificultad.

En cuanto al número de soluciones pedido se mantiene constante, se pide una solución. El número de soluciones posible va aumentando a lo largo de la sesión.

Los enunciados y la argumentación se mantiene constante a lo largo de la sesión,

de por qué pasan las cosas en todos los minitableros de esta primera sesión pero que comienza siendo muy guiado (preguntas, espacios) y termina siendo más libre, lo que aumenta la dificultad.

En la segunda sesión:

Aumentamos el número de casillas ya que comenzamos con 15 casillas en el primer minitablero y terminamos con 20 casillas en el último minitablero, de manera que aumenta la dificultad.

El número de piezas, comenzamos con 3 piezas y terminamos con 5, combinando alfiles y torres,

El número de respuestas pedidas es una a lo largo de toda la sesión.

En cuanto al número de posibles soluciones. Cuantas más posibles soluciones tiene el minitablero, aumenta la dificultad. En esta sesión el primer minitablero tienen una solución, sin embargo, terminamos con varias posibilidades en los minitableros siguientes.

Dependiendo de la exigencia de las preguntas. La exigencia de las preguntas va aumentando a lo largo de la sesión ya que al final al alumno se le pide que coloque varias piezas.

En cuanto a la exigencia de la argumentación. En cuanto a la argumentación, es necesario dar una explicación en esta sesión, los tres primeros minitableros son muy guiados, dejando un espacio con la pregunta y la explicación. En el último, es el alumno el que tiene que decidir donde dar la explicación.

En la tercera sesión:

En esta sesión el número de casillas no aumenta, por lo tanto no es un factor que incremente la dificultad.

Aumenta el número de piezas y su combinación, comenzando por 2 y del mismo tipo y terminan siendo 5 combinando torre, caballo y alfil. Esto aumenta la dificultad.

El número de soluciones exigidas por el enunciado es una y el número de posibles soluciones comienza con una única solución en la primera ficha y va aumentando a lo largo de la sesión, lo que hace que se incremente la dificultad.

En cuanto a lo exigido por el enunciado y la argumentación a lo largo de esta secuencia los alumnos tienen que decir por qué dando una explicación en cada una de las fichas.

En la cuarta sesión:

En esta sesión el número de casillas comienza siendo 16 y termina siendo 20 , es decir, podemos afirmar que aumenta la dificultad.

En cuanto a las piezas, desde el principio se combinan el alfil, la torre y el caballo. El número no aumenta desde la primera a la última sesión. Comienza con 5 piezas y finaliza con 3.

El número de soluciones exigidas es una en el caso de todas las fichas excepto en la ficha en la que se proporcionan los 3 minitableros que se piden 3 soluciones diferentes, esto aparece por primera vez en la secuencia e incrementa la dificultad del juego ya que el alumno tiene que pensar tres maneras diferentes de solucionar el mismo juego. El número de soluciones posibles comienza siendo 1 y va aumentando a lo largo de la sesión, de manera que aumenta la dificultad.

El enunciado va aumentando la dificultad de manera que en la última ficha, los alumnos tienen que crear ellos el juego, es decir, inventar un enunciado, resolverlo y dar una justificación con un alfil, una torre y un caballo.

La argumentación va siendo más difícil a lo largo de la sesión debido a que se comienza pidiendo una explicación y se termina pidiendo una justificación.

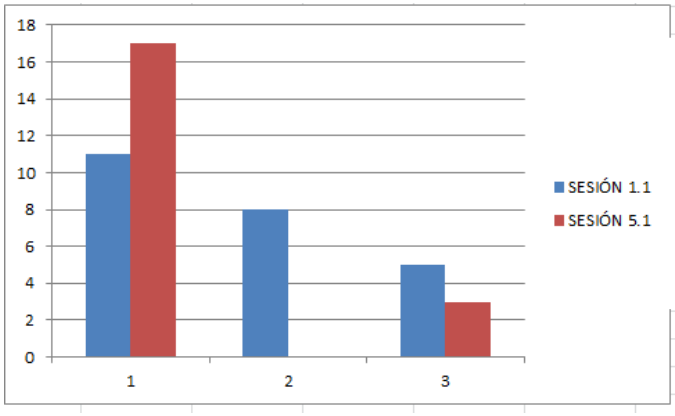
En la quinta sesión:

En esta sesión el número de casillas no hace que aumente la dificultad de ésta porque se mantiene constante a lo largo de esta, con doce casillas.

El número de piezas no hace que aumente la dificultad a lo largo de la sesión, pero en la segunda ficha el alumno tienen las piezas metidas en un círculo y tiene que elegir el orden con el fin de que no siga el orden establecido por el enunciado.

El número de soluciones pedidas es una y el número de soluciones posibles son varias a lo largo de toda la sesión.

En cuanto a los enunciados, hay mayor dificultad al final de la secuencia porque el alumno tiene que crear enunciado, resolverlo y después intercambiar con su compañero.



1: Bien

2: Regular

3: Mal

Figura 70. Relación entre las respuestas en cuanto a la argumentación de los alumnos en la primera actividad de la sesión 1 y la sesión 5.

Se muestra la relación entre las respuestas y el número de alumnos.

Podemos comparar un alumno en cuanto a la primera y la última sesión que con anterioridad sabía jugar al ajedrez, y un alumno que no sabía jugar al ajedrez para mostrar que ha habido cambios en ambos en cuanto a la resolución y argumentación.

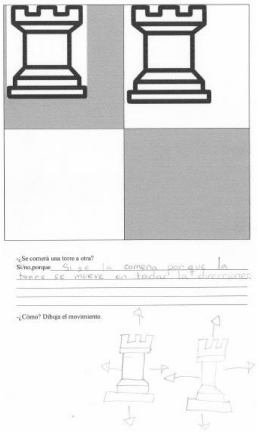


Figura 71

Sesión 1, actividad1

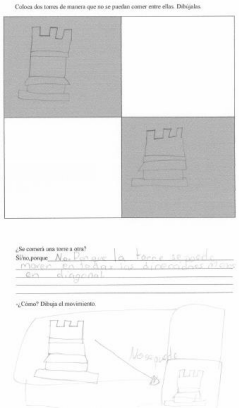


Figura 72

Sesión 1 actividad 2.

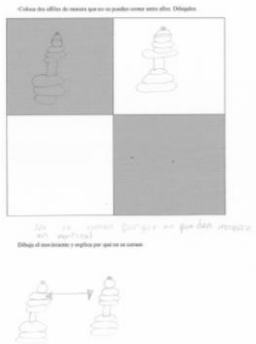


Figura 73

Sesión 1, actividad 3.

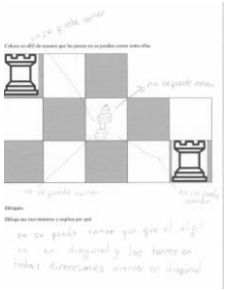


Figura 74

Sesión 1, actividad 4.

Figura 75. Sesión 5 actividad 1.

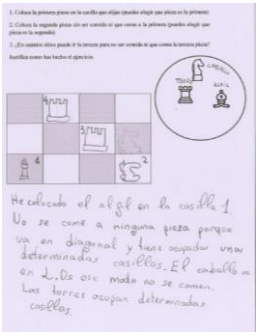


Figura 76. Sesión 5, actividad 2.

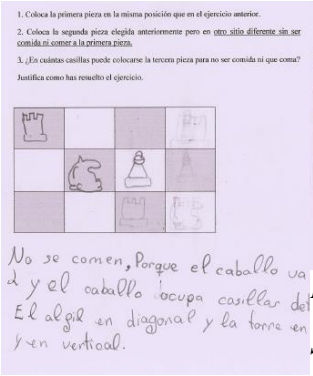


Figura 77. Sesión 5, actividad 3.

Figura 78. Sesión 5, actividad 4.

Podemos observar diferencias significativas de la sesión 1 a la sesión 5 en el caso del alumno A1 que no sabía jugar previamente al ajedrez, véase figuras de la 71 a la 78.

En cuanto a la resolución de los juegos observamos cambios debido a que en la sesión 1 el alumno se guía por los movimientos dibujados de las piezas y a partir de este, utilizar la estrategia del Ensayo y Error. En la sesión 5, el alumno simplifica los juegos y los va resolviendo por partes de manera ordenada, para ello se ayuda de números para mostrar el orden en el que va colocando las piezas.

En cuanto a la argumentación, en la sesión 1 son cortas, aunque hace referencia a los movimientos de las piezas no sabe crear una conexión o una explicación con oraciones elaboradas. Confunde movimientos de piezas como en el caso de la torre. En la sesión 5 podemos ver un que se produce gran cambio debido a que argumenta con oraciones más elaboradas, conecta los movimientos de las piezas con su posición en el tablero. Además, para hacer esas conexiones en algunos de los minitableros utiliza numeración algebraica.

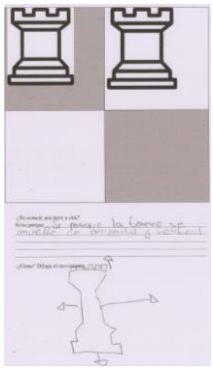


Figura 79. Sesión 1, actividad 1.

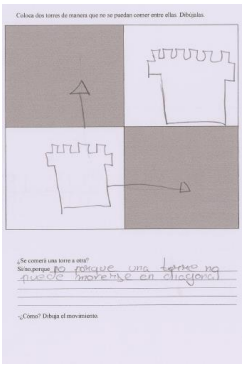


Figura 80. Sesión 1, actividad 2.

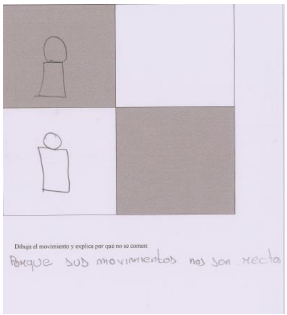


Figura 81. Sesión 1, actividad 3.

Figura 82. Sesión 1, actividad 4.

Figura 83. Sesión 5, actividad 1.

Figura 84. Sesión 5, actividad 2.

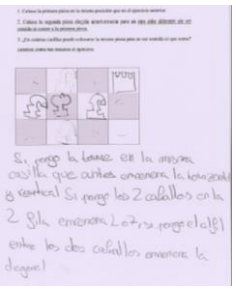


Figura 85. Sesión 5, actividad 3.

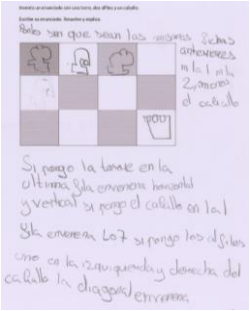


Figura 86. Sesión 5, actividad 4.

En cuanto al alumno 3 B que ya sabía jugar con anterioridad al ajedrez. Se observan diferencias significativas respecto a la resolución de la sesión 1 a la sesión 5, ver figuras de la 79 a la 86. En la sesión 1 el alumno está utilizando estrategias de resolución basadas en dibujar los movimientos y el ensayo y error. En la sesión 5, el alumno no necesita utilizar las piezas en 3 D físicas que tiene a su disposición para resolver los minitableros, es decir, se ha producido un gran avance en la visualización.

También podemos observar diferencias significativas en cuanto a la argumentación de la sesión 1, en la que el alumno da respuestas cortas y poco elaboradas, incluso incorrectas "*los movimientos del alfil no son rectos".* Además a veces no relaciona los movimientos de las piezas con la argumentación. En cuanto a la sesión 5, encontramos respuestas más extensas y elaboradas con necesidad de asignar una notación algebraica a las casillas de los minitableros para ayudarse en la argumentación. También, se ha producido una mejora en cuanto a la relación de los movimientos de las piezas con la argumentación.

9. Propuesta mejorada

La propuesta de enseñanza sigue contando con cinco sesiones con los mismos juegos, aunque cambian algunos aspectos como el papel del profesor, redacción de algunos enunciados, aparecen nuevos minitableros, el tiempo de las sesiones. Presentamos estos cambios a continuación.

		Tipo	Nº CASILLAS
Sesión 1	Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3 Actividad 4 Actividad 5	A B B B C	4 4 4 12 13
Sesión 2	Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3 Actividad 4	C A B C	12 16 16 25
Sesión 3	Actividad 1* Actividad 2 Actividad 3* Actividad 4 Actividad 5 Actividad 6	C A C C C B	30 15 30 9 12 20
Sesión 4	Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3 Actividad 4 Actividad 5	A C B B D	16 25 12 12 20
Sesión 5	Actividad 1 Actividad 2 Actividad 3 Actividad 4 Actividad 5	B B B D D	12 12 12 12 12

Tabla 13

En cuanto al papel del profesor

Antes de comenzar las sesiones debería dedicar un tiempo para conocer lo que ya saben o no los alumnos sobre el ajedrez, como el movimiento de la torre, el alfil y el caballo, respecto a ello preparar el vocabulario para la sesión 1 y decidir las parejas en las que va a agrupar a los jugadores (alumnos que sí que saben jugar con anterioridad al ajedrez y alumnos que no saben jugar).

Después, en la sesión 1, el profesor debería enseñar vocabulario como piezas de ajedrez, torre, alfil, movimientos, horizontal, vertical, casilla, tablero, de modo que pueda ayudar en la argumentación de los alumnos porque en los juegos les piden que den una explicación y gracias al vocabulario esta será más completa desde el principio.

En la sesión 2, el maestro debe de hacer un repaso del vocabulario enseñado en la sesión 1 para la mejora de las argumentaciones en los juegos de esta sesión. También, debe de comenzar a trabajar la argumentación haciendo los ejemplos juntos de las fichas de la primera sesión proyectando las fichas en la pizarra digital a modo de repaso para que, los alumnos sean conscientes de los juegos que han realizado bien de la sesión 1 y como podrían mejorar en la sesión 2.

En la sesión 3 el profesor debe de dedicar más tiempo para la explicación del caballo y su movimiento ya que cuando mueve, mueve dos casillas horizontalmente y una casillas verticalmente o dos casillas en posición vertical y una horizontal cuadrada. Es importante que incida mucho en el número de casillas que recorre cada vez que mueve y que además esas casillas pueden estar ocupadas por otras piezas y no ser comidas por el caballo ya que se mueve dando saltos, y puede saltar cualquier pieza hasta su destino. Esto resulta más complicado para los niños porque es la única pieza que puede saltar y por lo tanto, su comprensión es más compleja. Por ello, hemos destinado ese tiempo a que el maestro lo enseñe a los alumnos.

En la sesión 4 el maestro debe de repasar el movimiento de las piezas de ajedrez, especialmente el caballo y recordatorio de la argumentación repasando las fichas de la sesión 3. Recordar la argumentación, si es necesario dar numeraciones en las casillas del ajedrez para que las argumentaciones sean más precisas.

En la sesión 5, debemos continuar trabajando la argumentación, para ello daremos explicación siguiendo la sesión 4 entre todos a modo de poder dar la mejor

argumentación posible. En esta sesión es interesante dotar a los alumnos de notación algebraica para utilizar en los minitableros y que los alumnos puedan argumentar de la mejor manera posible.

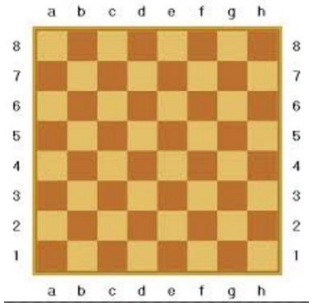


Figura 87

Trataremos de proyectar este tablero de ajedrez en la pizarra digital y que los alumnos lo adapten a los minitableros que van apareciendo en sus fichas si consideran que lo necesitan para ayudarse en la argumentación, es decir, se les da como una opción.

En cuanto a la redacción de los enunciados.

En la sesión 2, ficha 4 hemos cambiado el enunciado como se puede observar en el anexo, de manera que sea más claro para los alumnos porque el utilizado en las implementación de las sesiones era a modo de pregunta más abierta y en el nuevo "coloca..." sigue la estructura utilizada y mostramos mejor el objetivo del juego al alumno.

En la sesión 4, ficha 2 porque desde un principio interesa que el alumno pueda visualizar que un ejercicio puede tener varias posibles respuestas y no como ocurría anteriormente con el otro enunciado en el que primero encontraba una única solución y después todas las posibles soluciones. El enunciado era: "Coloca un caballo para que coma a la torre del centro y no sea comido. Busca todas las soluciones posibles", en enunciado cambiado queda: "Coloca todos los caballos posibles que coman a la torre del centro y no sean comidos. Explica por qué los colocas ahí".

En la sesión 4 ficha 1, hemos cambiado el enunciado porque eran varias órdenes seguidas lo que hace que quede menos claro y ordenado para los alumnos. "Coloca otro caballo más que sea comido por el alfil y que coma a la torre y justifica cómo has encontrado esa casilla". Y cambia a "Coloca otro caballo más que sea comido por el alfil y que coma a la torre. Justifica por qué lo colocas en esa casilla".

El resto de sesiones continúan inalteradas.

En cuanto a los minitableros.

No han sido modificados pero se han añadido dos nuevos en la sesión 3 para ayudar en la comprensión del caballo, debido a que la introducción de este es algo más complicado que el alfil y la torre, especialmente la comprensión porque los alumnos ya han entendido la torre y el alfil, pero al añadir un tercer con un movimiento distinto y además tan complejo en algunas ocasiones. Hemos añadido dos minitableros a la sesión 3 tal y como se puede observar en el anexo, de manera que se el movimiento del caballo sea más entendible por los niños, primero tienen un tiempo de mover el caballo hacia todos los lugares posibles y después entra en juego dos caballos, y después tres.

En cuanto al tiempo.

En estas sesiones se aumenta el tiempo a 60 minutos debido a que el periodo de explicación del profesor ha aumentado respecto al de la primera secuencia que elaboramos. También, la duración de resolución por parte de los alumnos se espera que aumente debido a que tienen más herramientas para dar argumentaciones más completas lo que les llevará más tiempo. Además, en la sesión 3, tienen bastante tiempo dedicado a la comprensión del caballo incluso aumenta el número de fichas.

En caso de tener más sesiones en el futuro para experimentar, resultaría interesante llegar a incluir más piezas del juego del ajedrez en las resoluciones como la reina, peones... e ir aumentando los minitableros hasta llegar al tamaño de tablero real.

CAPÍTULO 4: Conclusiones.

Conclusiones:

En este capítulo desarrollaremos las conclusiones obtenidas a lo largo de todo el trabajo, las hemos clasificado en dos tipos: Conclusiones Matemáticas (en relación a la resolución de problemas y la argumentación) y Conclusiones Metodológicas (papel del profesor en la sesiones).

Conclusiones matemáticas (CMat):

CMat1A. Con los juegos propuestos basados en el ajedrez conseguimos trabajar de forma efectiva la argumentación y se produce una evolución significativa de este aspecto.

Como hemos podido observar a lo largo de la secuencia en el capítulo 3, se ha producido una mejora en cuanto a la argumentación desde la primera sesión hasta las últimas. Los alumnos comienzan a jugar sin dar explicaciones extensas y sin atender a los movimientos de las piezas argumentado de la manera "si, las dos torres se pueden comer porque están al lado" y terminan conociendo el movimiento de ellas, construyendo oraciones elaboradas "la torre mueve en vertical y horizontal, el alfil mueve en diagonal y el caballo en L entonces no se comen", incluso muestran la necesidad de numerar las casillas para clarificar la argumentación, de hecho en el juego del ajedrez es imprescindible conocer la notación algebraica para anotar una partida o describir un movimiento "si pongo la torre en la casilla de arriba a la izquierda amenaza en horizontal y vertical, si pongo el alfil en la tercera fila amenaza la diagonal, si pongo los caballos en la 2 y en la 3 línea amenaza en L o 7".

Esto va en la linea de lo que exponen autores como Navarro y Deulofeu (2015), estudiados en el capítulo 1, los cuales relacionan la mejora de la práctica argumentativa con el juego matemático. Cuando los alumnos juegan son capaces de ver y verbalizar las diferentes heurísticas que utilizan para la resolución de problemas. De esta manera, jugando a juegos de estrategia, los alumnos encuentran más fáciles los problemas, mejoran en la comprensión de los enunciados, en las técnicas, uso del lenguaje y resolución.

CMat1B.No es necesario que los jugadores sepan jugar con anterioridad para resolver los juegos y dar un buen razonamiento.

El saber jugar o no al ajedrez antes de comenzar los juegos, no es el determinante para que los alumnos den un buen o mal razonamiento debido a que las piezas utilizadas son torre, alfil y caballo que se van explicando progresivamente a lo largo de las diferentes sesiones tal y como hemos explicado en la CMet 2. Hay alumnos que sin saber jugar al ajedrez han jugado mejor a los minitableros que aquellos que sabían jugar y conocían los movimientos de las piezas.

Cuando los alumnos comienzan a jugar a los minitablero de ajedrez, no es necesario que sepan anteriormente en qué consiste el juego del ajedrez porque nuestro objetivo no es que los alumnos jueguen al ajedrez sino que a partir del movimiento de piezas como el alfil, el caballo y la torre y utilizando los minitableros practiquen y mejoren la resolución de problemas y la argumentación. Por ello, antes de cada sesión destinamos un tiempo para explicar los movimientos de las piezas que van a ir apareciendo en cada sesión.

CMat2A. Mediante los juegos trabajamos la resolución de problemas y se produce una evolución en cuanto a las estrategias mostradas

Al final de la secuencia se puede identificar que los alumnos, tal y como podemos ver en el capítulo 3, han comprendido el problema, diseñado y ejecutado un plan general, han decidido la manera que iban a utilizar para abordar el ejercicio "tachando casillas amenazas por la torre, el alfil o el caballo, dibujando movimientos de las piezas", y verificado la solución obtenida mediante la explicación de cómo han llegado a la solución o muchas veces comparando con sus compañeros.

En las primeras sesiones los alumnos utilizaban para la resolución de los juegos el Ensayo y Error puro, con la evolución de las sesiones se va produciendo una evolución de manera que en las últimas sesiones los alumnos producen un orden en la colocación de las piezas y los alumnos resuelven el problema por partes, es decir, primero colocan una pieza, después la segunda teniendo en cuenta donde han colocado la primera y así sucesivamente.

Autores como Edo, Baeza, Deulofeu y Badillo (2008) estudiados en el capítulo 1, encuentran un paralelismo con las fases de resolución de un juego y la resolución de

problemas. Si los juegos son utilizados con un objetivo claro como el de la resolución de problemas, se produce un paralelismo entre ellos. Los alumnos tienen que comprender los objetivos y normas del juego de igual manera que tienen que comprender el problema matemático. Después, los jugadores tienen que experimentar, diseñar planes y estrategias para la resolución del juego lo que también ocurre en la resolución de problemas. Por último, los alumnos tienen que validar o no la estrategia utilizada y hacer un análisis de lo ocurrido, de igual manera ocurre con las soluciones de un problema matemático.

CMat2B Los juegos basados en minitableros han permitido introducir de manera natural problemas que tienen más de una solución o que se pueden resolver de más de una forma.

Atendiendo a los resultados obtenidos en el capítulo 3, la mayoría de las parejas han funcionado siguiendo el mismo ritmo de trabajo y comparando resultados. Esto último ha resultado muy interesante porque les ha permitido darse cuenta de que hay juegos que tenían más de una posible solución al tener su solución diferente a la del compañero y estar ambas bien. También han aparecido otros juegos que tenían más de una manera de resolverlos como por ejemplo "Coloca una torre, un alfil y dos caballos de manera que no se coman las piezas entre ellas" el tablero 4x3. Cuando han aparecido juegos de ese tipo, los dos alumnos que pertenecen a la misma pareja han resuelto bien el ejercicio, es decir, han llegado a una solución correcta pero colocando las piezas en diferentes casillas de manera que, cuando han comparado los resultados entre ellos han aprendido que su manera no era la única correcta y que podía haber más maneras como por ejemplo la utilizada por su compañero. Esto también ha ocurrido cuando en la sesión 5, los alumnos tienen que inventar un enunciado, resolverlo y que después lo resuelva el compañero.

CMat2C. Se mejora la visualización de los alumnos en el marco de la resolución de problemas.

Como hemos podido observar con la implementación de las sesiones, es necesario proporcionar a los alumnos material que les ayude en la resolución de los juegos, por ello proporcionar piezas en 3 dimensiones físicas, fichas con minitableros y espacio en las fichas para poder resolver y argumentar es importante para que se produzcan mejoras en su proceso de enseñanza aprendizaje desde el principio. Hemos

experimentado como a medida que avanzábamos en las sesiones, los alumnos mejoraban en cuanto a la visualización ya que era menor el número de alumnos que necesitaba las piezas en 3 dimensiones físicas para resolver los juegos.

Autores como Corbalán (1994) estudiado en el capítulo 1, hace referencia a la importancia de proporcionar a los alumnos material concreto en los juegos en el contexto escolar. El material proporcionado pueden ser tableros o fichas que permitieran registrar los procesos utilizados para la resolución de problemas en el juego.

CMat3A. Se han identificado las variables didácticas que regulan la dificultad de los juegos basados en minitableros lo que permite construir una secuencia de 23 juegos.

Los juegos individualmente pueden ser resueltos por los jugadores sin embargo, no cumplen los mismos objetivos que hemos tratado a lo largo de este trabajo (práctica argumentada y mejora en la resolución de problemas). Esto se debe a que, los juegos planteados a lo largo de las cinco sesiones, han sido creados teniendo en cuenta unos factores de dificultad o variables que hacen de andamiaje en el proceso de aprendizaje de los alumnos. Las variables identificadas han sido, el número de casillas de los minitableros que de manera general cuando este aumenta, se incrementa la dificultad, el número de soluciones pedidas cuantas más soluciones se piden más difícil consideramos el juego, si el número de soluciones posibles aumenta consideramos más difícil el juego, las piezas que aparecen en los minitableros siendo más difícil cuantas más piezas y mayor sea la variedad de estas, el grado de exigencia en los enunciados aumenta. Estas variables aumentan dentro de cada sesión y a lo largo de las diferentes sesiones

CMat3B. La secuencia puede ser adaptada en todos los niveles de la Educación Primaria.

A pesar de que esta secuencia de juegos ha sido implantada en el tercer curso de la Educación Primaria, puede ser adaptada y aplicada en todos los niveles de esta debido a que, como hemos tratado en el capítulo 1, en el currículum se tiene en cuenta la resolución de problemas y la argumentación a lo largo de todos los cursos de Primaria. Lo que cambiará de unos cursos a otros, son las variables expuestas en la conclusión matemática 3A que el maestro tendrá que adaptar así como el nivel de exigencia en

cuanto a la argumentación siendo mayor en los cursos más altos y el tiempo dedicado a las explicaciones siendo mayor en los cursos más bajos.

Conclusiones Metodológicas (CMet)

Cmet1. Es necesario que el maestro tenga un dominio del vocabulario y la notación algebraica necesarios para las argumentaciones de los alumnos.

El maestro tiene que saber que enseñar a argumentar, es algo esencial en la etapa de Educación Primaria ya que, como decíamos en el capítulo 1, es algo que aparece en el currículo a lo largo de todas las etapas de la Educación Primaria. Enseñar a argumentar requiere un determinado tiempo. Además, los alumnos necesitan vocabulario como alfil, torre, caballo, piezas de ajedrez, tablero, casillas, diagonal, horizontal, vertical… y los maestros tienen que ser capaces de transmitirlo a los alumnos para que estos puedan argumentar ya que, cuando no disponen de estos conocimientos tienden a dibujar por las escasez de palabras que se les produce la cual no les permite argumentar. Al final de la primera secuencia de juegos, en la quinta sesión los alumnos muestran que necesitan ir más allá con la denominación de las casillas (notación algebraica) debido a que algunos las numeran para ayudarse en la argumentación.

Cmet2. El maestro debe de proporcionar instrucciones, reglas, y guiar a los alumnos de manera que se produzca el aprendizaje matemático. Es necesario hacer un plan en cuanto a los juegos y la progresión de ellos teniendo en cuenta todas las piezas: alfil, torre y caballo.

El papel del maestro en esta secuencia ha sido esencial debido a que ha guiado las diferentes sesiones, especialmente al principio de ellas en las que se ha destinado un tiempo para la explicación que este ha dado. En la primera sesión el maestro explica el movimiento de la torre y el alfil ya que eran piezas necesarias para la resolución de los juegos. En la segunda sesión, recordatorio de ellas e introducción de vocabulario de manera que ayude en la argumentación de los juegos. En la tercera sesión, el maestro ha continuado con el vocabulario, repasado movimientos de las piezas ya dadas e introducción de una nueva pieza, el caballo. En las dos últimas sesiones el maestro repasa el vocabulario, los movimientos de las piezas, e incide especialmente en la última sesión en la explicación de cómo argumentar. Las instrucciones del maestro han

sido importantes para ordenar la clase, por ejemplo “jugaremos por parejas”, “primero leer lo indicado en los enunciados y después comenzáis con la resolución”.

Como hemos podido observar en las sesiones, la introducción de las piezas de ajedrez y especialmente la del caballo tiene que seguir una determinada progresión como dijo Guik (2012), la pieza del caballo es la más asombrosa y por ello el maestro tiene que hacer un plan teniendo en cuenta esto. Las demás piezas son la torre y el alfil cuyo aprendizaje resulta más sencillo para los alumnos, sin embargo, el caballo requiere más tiempo atendiendo a nuestro análisis realizado en el capítulo 3, de esta manera el maestro deberá tener en cuenta las características de todas las piezas y diseñar un plan con el fin de que los alumnos aprendan los movimientos de todas ellas.

Cmet3. El maestro debe tener en cuenta que la práctica de la argumentación y la resolución de problemas requieren tiempos diferentes para alumnos diferentes.

Los alumnos que han terminado los juegos en menos tiempo no han sido los que mejor han jugado a ellos. Como hemos estudiado en el capítulo 3 (el análisis y evaluación de las sesiones), había parejas de alumnos en las que uno de ellos terminaba antes la resolución y argumentación de los minitableros, sin embargo, el otro compañero que tardaba más tiempo tenía mejor la resolución y argumentación de estos. Por lo tanto, el factor tiempo es importante para ajustar las actividades a la duración de la sesión clase pero no es señal de hacerlo bien o mal.

Como podemos encontrar a lo largo de todas las sesiones alumnos que terminan entre los 20 y los 30 minutos y sus argumentaciones son peores que aquellos alumnos que terminan entre los 30 y 40 minutos.

Referencias bibliográficas:

Belmonte, J.M (2008). El juego en la educación infantil. *Didáctica de las matemáticas, 12,* 384-407.

Bishop, A.J. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *UNO, 18,* 9-19.

Blanco Nieto, J.L. (1996) La resolución de problemas una visión teórica. *Suma 21,* 11-20

Blanco Nieto, J.L., Cárdenas Lizarazo. J.A. (2013)La Resolución de Problemas como contenido en el Currículo de Matemáticas de Primaria y Secundaria. *Campo Abierto 32,* 137-156.

-BOA. Orden de 16 de junio de 2014 por la que se aprueba y regula el currículo de Ed. Primaria (Anexo II- Área Matemáticas).

BOA. Orden de 14 de junio de 2016 por la que se convoca el Programa "Ajedrez en la Escuela" en centro docentes públicos y privados concertados no universitarios de la Comunidad Autónoma de Aragón durante el curso 2016-2017. Núm. 123

BOA. Orden de 20 de octubre de 2016 por la que se resuelve la convocatoria del Programa de "Ajedrez en la Escuela" en centros docentes públicos y privados concertados no universitarios de la Comunidad Autónoma de Aragón durante el curso 2016-2017. Núm. 238.

Camarsa. A., Fellonosa. X., García. A.R., Gonell. N., Mustieles M. (Comparativa entre dos sistemas educativos: Cuba vs España. F*òrum de Recerca nº 16 Universitat Jaume* I. 16.

Declaración Parlamento Europeo presentada de conformidad con el artículo 123 del Reglamento (2011).Declaración por escrito sobre la introducción del programa "Ajedrez en la Escuela" en los sistemas educativos de la Unión Europea.

D'Eredità G., Ferro.M., (2015). Generalization in Chess Thinking *PNA, 9*(3), 245-259.

Gaírin, J.M. (1990). Efectos de la utilizacón de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar 17,* 105-118.

Gaírin Sallán. J., Fernández Amigo. J.,(2010) Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez. *TENDENCIAS PEDAGÓGICAS Nº 15. Vol. 1*

Gaírin Sallán. J., Fernández Amigo. J., (2008) Utilización de material didáctico con recursos de ajedrez para la enseñanza de las matemáticas. Estudio de sus efectos sobre una muestra de alumnos de 2º de Primaria. Tesis doctoral. *Bellaterra. Universitad Autónoma de Barcelona.*

Gamboa, G., Planas, N., Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma, 64,* 35-44.

González, A., Molina, J.G., Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego. *Educación Matemática 26 (3),* 111-135.

Kazemi, F., Yektayar, M., Bolban Abad.A.,M. (2012). Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences 32*, 372 – 379

Kirkby, D. (1992). Games in teaching of mathematics. *Cambridge:CUP*

Ley orgánica 8/2013 para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

Meque, E., Baeza, M., Badillo,m E (2008). Estudio del paralelismo entre las fases de un juego y las fases de resolución de un problema" *Union, 14,* 61-75.

Nortes, R., Nortes, A. (2015). El ajedrez como recurso didáctico en la enseñzana-aprendizaje de las Matemáricas. *Números 89,* 9-31

Navarro, A., Deulofeu, J., (2016) Aprendiendo a resolver problemas en un contexto de juegos de estrategia. *Suma 82,* 9-17.

Stephen. E.,(2007) *Los usos de la argumentación*.Barcelona Ediciones Península. 129-153